

TR-1100

通信網において GNSS をプライマリ・タイム・
リファレンスとして利用する場合の考慮事項

Considerations on the use of GNSS as a primary
time reference in telecommunications

第 1 版

2022 年 9 月 8 日

一般社団法人
情報通信技術委員会

THE TELECOMMUNICATION TECHNOLOGY COMMITTEE

目次

概要	4
<参考>	5
1 イントロダクション	6
1.1 適用範囲	6
1.2 GNSS システムのハイレベルな説明	6
1.2.1 システムの概要	6
1.2.1.1 GNSS 衛星から配信される情報	9
1.2.1.2 航法メッセージの更新	9
1.2.2 衛星航法システムのしくみ	9
1.3 GNSS 受信機における位置と時刻の再生	9
1.3.1 GNSS 測位	10
1.3.2 GNSS 時刻	10
2 GNSS ベースの PRTC の性能に影響を与える要因	12
2.1 設置と校正	12
2.2 機器の設計と構成	12
2.3 外部要素	12
3 GNSS 時刻配信における時刻誤差の要因	13
3.1 エフェメリスの誤差	13
3.2 衛星時計の誤差	13
3.3 ドップラーシフト	13
3.4 相対論的効果	13
3.5 電離層遅延	13
3.6 対流圏遅延	14
3.7 視界の制限	14
3.8 マルチパスの影響	14
3.9 アンテナケーブルでの多重反射	14
3.10 受信機の内部誤差	15
4 GNSS ベースの PRTC における時刻誤差の軽減	15
4.1 SNR マスク	15
4.2 仰角マスク	15
4.3 PDOP/TDOP マスク	15
4.4 T-RAIM マスク	15
4.5 ケーブル遅延の補正	16
5 GNSS 時刻配信における時刻誤差を軽減する運用スキーム	16
5.1 マルチコンステレーション、マルチ周波数の受信機	16
5.2 ディファレンシャル GNSS	16
5.3 衛星ベースの補強システム	16
5.4 精密単独測位 (PPP)	16
5.5 後処理用 GNSS データ	17
Appendix I	18
Appendix II	22
Appendix III	24
Appendix IV	25

Appendix V	28
Appendix VI	30
Appendix VII	32
参考文献	34

概要

この技術レポートは、高精度な時刻再生が重要な通信アプリケーションにおいて、GNSS の最適な受信に関する情報を提供する。位置を目的とする一般的な GNSS のナビゲーション・アプリケーションとは異なり、通信では静止した受信機が正確な時刻を再生することが焦点である。その正確な時刻はプライマリ・リファレンス・タイム・クロック (PRTC) やモバイルネットワークの基地局などのデバイスに提供される。

注:これは情報提供のための ITU-T 出版物である。ITU-T 勧告に見られるような強制的な規定は、この出版物の範囲ではない。この出版物は、ITU-T 勧告の中でだけ書誌的に参照されるべきである。

<参考>

1. 国際勧告等との関連

本技術レポートは、ITU-T GSTR-GNSS (02/2020) を調査したものである。ただし、Appendix I～VII は和訳せず、原文のままとしている。

2. 上記国際勧告等に対する追加項目等

なし

3. 上記国際勧告等に対する変更事項

なし

4. 参照した国際勧告との章立て構成の相違

なし

5. 改版の履歴

版数	発行日	改版内容
第1版	2022年9月8日	初版発行

6. 工業所有権

本技術レポートに関わる「工業所有権等の実施許諾に係る声明書」の提出状況は、TTC ホームページでご覧になれます。

7. その他、利用者に有益な事項

なし

8. 技術レポート作成部門

伝送網・電磁環境専門委員会

通信網において GNSS をプライマリ・タイム・リファレンスとして利用する場合の考慮事項

1 イントロダクション

1.1 適用範囲

この技術レポートは、高精度な時刻再生が重要な通信アプリケーションにおいて、GNSS の最適な受信に関する情報を提供する。

位置を目的とする一般的な GNSS のナビゲーション・アプリケーションとは異なり、通信では静止した受信機が正確な時刻を再生することが焦点である。その正確な時刻はプライマリ・リファレンス・タイム・クロック (PRTC) やモバイルネットワークの基地局などのデバイスに提供される。

この技術レポートは、GNSS の受信に関する情報と問題点のハイレベルな見解に関心のある通信事業者、メーカー、シリコンベンダー、テスト機器ベンダーに向けたものである。このレポートは、一般的な情報、基本的な変数・パラメータ・方程式、動作モード、そして課題の性質とそれを軽減するための方法論を含む。

この文書の目的は、科学出版物、博士論文、実験テストレポート、オンライン百科事典の記事など、GNSS の受信をトピックにして継続的に発行されている大量の資料を収集したり要約したりすることではない。

この技術レポートでは、現在の研究分野の一つである GNSS の脆弱性のトピックに言及しない。これに関する情報は ATIS の技術レポート[2]にある。

このレポートの目的は、正確な時刻再生アプリケーションのために通信用 GNSS ベースのクロックを設計及び運用するためのガイダンスを提供することである。

1.2 GNSS システムのハイレベルな説明

1.2.1 システムの概要

2020 年 2 月現在、6 つの GNSS 衛星コンステレーションが軌道にあり、地理的位置と時刻配信を提供している。

- アメリカ政府が管理する GPS は最初の GNSS である。1970 年代後半に打ち上げが始まり、1990 年代から運用されている。現在も最も普及している GNSS であり、6 つの異なる軌道面にある約 32 機の中軌道衛星によって地球全体をカバーする。5 つの帯域を軍用と民生アプリケーションで共用し、最もよく使われているのは 1.57542GHz (L1 信号) と 1.2276GHz (L2 信号) である。変調方式は CDMA である。
- ロシア政府が管理する GLONASS は 2 番目の GNSS である。同じく 1970 年代後半に打ち上げが始まり、1990 年代から運用されている。2 番目に普及している GNSS であり、3 つの異なる軌道面にある 24 機の中軌道衛星によって地球全体をカバーする (GPS よりも極域をよくカバーする)。5 つの帯域を軍用と民生アプリケーションで共用し、最もよく使われているのは 1.602GHz (L1 信号) と 1.246GHz (L2 信号) である。変調方式は FM だが、CDMA も研究されている。ほとんどの GLONASS 受信機は、より良い運用ができる GPS+GLONASS のデュアルモードにも対応している。
- 中国政府が管理する BeiDou は、2000 年代に打ち上げが始まり、2010 年代初頭から運用されている。アジアで 2 番目に普及している GNSS であり、2017 年には、5 機の静止衛星と最大 30 機の中軌道衛星によって中国全土にまたがる地域をカバーした。BeiDou は、2020 年 8 月に全世界をカバーする BDS-3 (BeiDou Navigation Satellite System Phase III) が稼働を始めており、3 つの帯域、1.561GHz (B1 信号) ・ 1.207GHz (B2 信号) ・ 1.268GHz (B3 信号) を軍用と民生アプリケーションで共用している。変調方式は CDMA である。ほとんどの BeiDou 受信機は、より良い運用ができる GPS+BeiDou のデュアルモードにも対応している。
- 欧州連合が管理する Galileo は、2010 年代に打ち上げが始まったが、3 つの異なる軌道面にある最大 30 機の中軌道衛星によって地球全体をカバーする予定であり、2022 年中に完全運用状態が宣言される見込みである。4 つの帯域を公共専用と民生アプリケーションで共用し、最もよく使われているのは 1.57542GHz (E1) と 1.17645GHz (E5a) である。変調方式は CDMA である。Galileo 受信機も、より良い運用ができる GPS+Galileo のデュアルコンステレーションモードをサポートする。
- インド政府が管理するインド地域航法衛星システム (IRNSS (もしくは NavIC)) は、2010 年代に打ち上げが始まり、2017 年現在、完全運用状態にある。インド上空で運用される最大 3 機の静止衛星と 4 機の対地同期軌道の衛星によって地域をカバーしている。軍用と民生用で 1.176GHz (L5 信号)、2.492GHz (S 信号) の 2 つの帯域を共有している。変調方式は CDMA である。

- 日本政府が管理する準天頂衛星システム（QZSS）は、2010年に打ち上げが始まり、2018年に完全運用状態になった。静止衛星1機と、3機の日本・東南アジア・オーストラリアの上空を通る準天頂軌道の衛星によって地域をカバーしている。GPSと同じ帯域と変調方式を軍用と民生アプリケーションで共用している。QZSSは、衛星測位の誤差を減らすため、L1S信号でサブメータ級測位補強サービス（SLAS）を、L6信号でセンチメータ級測位補強サービス（CLAS）を提供している。将来は7機体制が計画されており、その時にはスプーフィング攻撃への対策として認証メッセージを航法のメッセージと一緒に提供する予定である。

下図は、それぞれのGNSSコンステレーションが使う全帯域幅の一覧である。

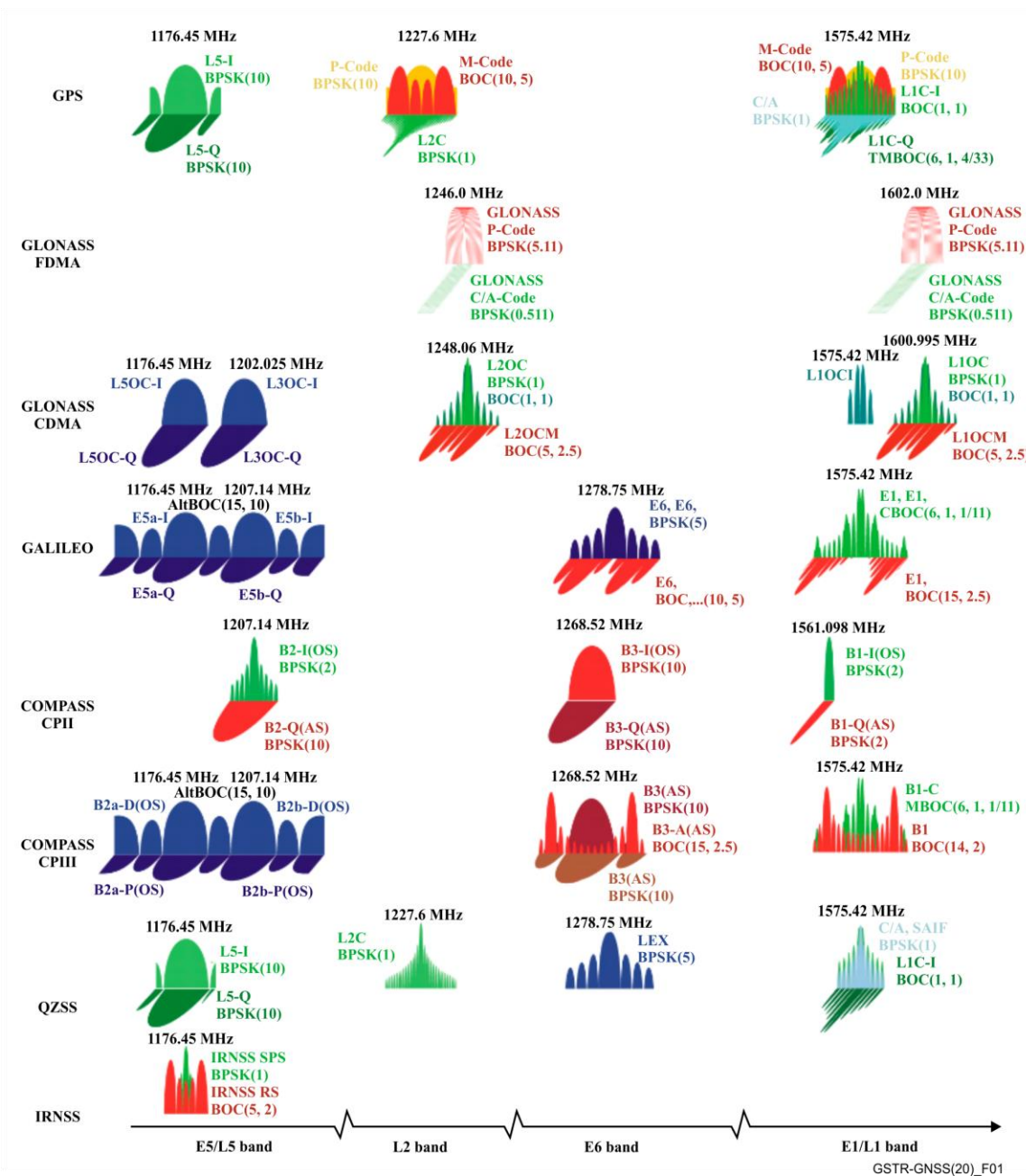


図 1-1-GNSS コンステレーションの信号と周波数帯域（2017年現在）

上図は、上から順に GPS、GLONASS（FDMA 及び CDMA 信号）、Galileo、Compass（フェーズ II 及びフェーズ III。Compass は BeiDou の以前の名称である）、QZSS、ならびに IRNSS である。これらのコンステレーション（民生用信号）の重要な情報をつぎの表にまとめる。

表 1-1-GNSS コンステレーションの主な情報 (2020 年現在)

System システム	Nominal constellation 規定の配備数	Full operational capability 完全運用	Number of operational satellites 稼働衛星数	Coverage カバレッジ	Civilian spectrum 民生用信号帯域
GPS	24	1995	31 (2017)	Global	Current: L1 C/A, L2C Future: L1 C/A, L1C, L2C, L5
WAAS	3	IOC/2003 FOC/2008	3	Regional (USA)	Current: L1C/A Future: L1C/A, L5
GLONASS	24	1995 (GLONASS) 2010 (GLONASS-M)	24 (2017)	Global	Current: L1OF, L2OF, L3OC Future: L1/L2OF, L1/L2SF, L1/L2OC, L1/L2SC, L3OC *: some are CDMA signals different that GPS ones
SDCM	2 geostationary satellites	2014	3	Regional	L1 SCDM
GALILEO	24+3 (MEOs)	TBD	22 (2019)	Global	Current: E1 OS/SAR/PRS E5 OS/ SAR Future: E6 CS/PRS
EGNOS	3 (GEOs)	2009 for open service 2010 for safety- of-life service	2 (+2 test)	Regional (Europe)	Current: L1C/A Future (Egnos 2G): double band
COMPASS/ BeiDou	5 (GEOs)+ 30 (non GEOs)	TBD	23 (2017)	Global	1,559.052 ~ 1,591.788 MHz 1,166.22 ~ 1,217.37 MHz 1,250.618 ~ 1,286.423 MHz
GAGAN/ IRNSS/ NavIC	8	TBD	8	Regional (India)	GAGAN: L5, L1 IRNSS: S, L5, L1
MSAS	1 GEO		1 (MTSAT)	Regional (Japan) (Note: It is planned that MSAS will be terminated and taken over by QZSS)	L1
QZSS	1 (GEO) + 3 (QZO)	2018	4 (2018) 7 (TBD)	Regional (Japan)	L1 C/A, L1C, L1S (Sub-meter Level Augmentation Service), L2C, L5, L1-SAIF), L6 (Centimeter Level Augmentation Service)

(補足) 表 1-1 に記載のシステムの内、WAAS、SDCM、EGNOS、GAGAN、MSAS は、SBAS の衛星であり、SBAS の信号は共通の仕様となっている。各国が SBAS の衛星を打ち上げており、それぞれの名称は、WAAS (米国)、SDCM (ロシア)、EGNOS (EU)、GAGAN (インド)、MSAS (日本) となっている。

1.2.1.1 GNSS 衛星から配信される情報

GNSS 衛星から配信される情報には、たとえば、エフェメリス、アルマナック、時刻、電離層補正值などがある。

衛星は基準ビーコンのようなものなので、その位置と動きを精密に知ることが非常に重要である。航法メッセージには、つぎのものが含まれる。

- アルマナック情報：全衛星の大まかな軌道情報、ヘルス情報や電離層補正データ、UTC のうるう秒情報。この情報は数ヶ月間有効であり、受信機は起動時に衛星配置を広く知ることができる。しかし、最近の受信機はすべてのアルマナックを受信するまで (最大 12.5 分) 待たなくとも起動する。
- エフェメリス情報 (擬似ケプラー要素または衛星の位置と速度)：各衛星が送信する、その衛星自身に関する比較的短い時間 (最大 4 時間) の正確な軌道予測。
- 衛星時計の情報：コンステレーションシステム時刻に対する衛星内部の時計のオフセット予測値。受信機において、すべての可視衛星のすべての時計を精密かつ正確に同期させるために必要である。

注:アシスト GPS (AGPS) は、受信機がすべてのエフェメリス情報とアルマナック情報をインターネット上のリモートサーバーから取得できるようにする。これは、12.5 分かかる GNSS 衛星の送信 (GPS L1C/A と Galileo E1 信号の場合) よりもはるかに高速である。メッセージの詳細な送信フォーマットは、各衛星測位システムのインタフェースコントロールドキュメントに記載されている。

GNSS が放送する情報の目的は、GNSS 信号が送信されたその時の衛星の軌道上の位置と時刻を、受信機が自律的に計算できるようにすることである。これにより、受信機は自身の位置を推定し、多くの系統誤差を修正できるようになる。

1.2.1.2 航法メッセージの更新

航法メッセージの更新は、GNSS 事業者ごとの戦略に完全に依存する。それを定める要因は、主に地上セグメントからアップロードする衛星のオペラビリティ、つぎに衛星の軌道・時計とその予測の安定性などである。

1.2.2 衛星航法システムのしくみ

すべての GNSS は、どれも同じように稼働し、3 つのセグメントから成る。

- 制御セグメントは、地上の様々な場所で調和して働く階層的な局群である。制御セグメントには、衛星内の時計に対しマスター時計となる地上の原子時計や、すべての衛星を制御または監視する通信路がある。衛星を動作可能にしたり、軌道や時刻を修正したり、有用なデータ (エフェメリスや電離層モデルなど) をアップロードしたりする操作は、運用制御セグメントの制御下にある。
- 宇宙セグメントは、制御セグメントの管理下にある衛星であり、地表にあるすべての受信機に広く情報 (時刻、エフェメリス、ステータス) を中継する。衛星はエネルギー源を搭載しており、制御セグメントとユーザセグメントとの間で多チャンネルの無線通信を行ったり、軌道修正を行ったりできる。衛星は高安定な発振器 (ほとんどのコンステレーションでは原子時計) も搭載しており、制御セグメントが調整することにより最適な時刻精度を維持できる。
- ユーザセグメントは、数百万台の GNSS 受信機である。その一部は移動体 (スマートフォンや自動車など) であり、一部は固定局 (ディファレンシャル GPS の基準や通信のクロックなど) である。それぞれが、複数の衛星から信号を受信しながら位置と時刻オフセットを低コストで再生するように設計されている。受信機の中には、1 つあるいは複数のコンステレーションに対して 2 周波を受信できるものがある。

1.3 GNSS 受信機における位置と時刻の再生

GNSS 受信機の中核機能は、複数のチャンネル相関器と見なすことができる。相関器は、アンテナを通して取得した RF サンプルと、受信機内部で生成した疑似ランダムシーケンス (個々の衛星を表すレプリカ信号) を比較するものである。相関器は、疑似距離と呼ばれる、衛星信号が衛星から受信機まで移動した距離 (または時間) を表す生の測定値を出力するが、これには受信機内部の時計オフセット (GNSS 時刻からの) や他のノイズも含まれる。

タイミングアプリケーションでは、ユーザは最初にセルフサーバイ (訳注: 自己位置を決定すること) を実行できる。この段階では、GNSS 受信機のアンテナ固定位置は不明とみなされ、解くべき 4 つの未知数は x_a 、 y_a 、 z_a (ECI フレームにおけるアンテナの位置) 及び t_{offset} (受信機のローカル時刻と GNSS エポックの

時刻オフセット) である。

4つの方程式と4つの未知数の系を解くことは複雑である。公開文献に多くの技術が記載されている。それらの中にはつぎのものがある。

- 純粋な数学的に閉じた形式による解法。
- ニュートン法に基づく繰り返し推定を使用するなど、その他のアプローチ。

すべての方法は、4つの方程式を解き、4つの未知数を計算するために、少なくとも4機の衛星が見えている必要がある。4機を超える衛星が利用可能であれば、第2章で説明した技術 (SNR/搬送波対雑音電力比マスク、仰角マスク、位置の幾何学的精度低下率 (PDOP) マスク、時刻に関する受信機による完全性の自律的監視 (T-RAIM) マスク) により、不具合のある衛星や信頼性のない衛星を排除して良い衛星から結果を得ることができる。セルフサーベイは、通常、このような推定を数千秒間繰り返し、その結果の平均を固定位置の推定値とする。

セルフサーベイが完了すると、受信機のアンテナ位置は定まったとみなされる。すなわち、 x_a, y_a, z_a は、もはや未知数ではなく入力パラメータとみなされる。これらの値がのちに有効のままか、更新できるかを確認する監視技術が実装されていることもある。既知の位置は、各々の可視衛星に対応する擬似距離方程式に使用できる。これは、単純化された一次方程式である。

複数の衛星が利用可能な場合、第2章で述べた技術 (SNR/搬送波対雑音電力比マスク、仰角マスク、PDOP マスク、T-RAIM マスク) により、不具合のある衛星や信頼性のない衛星を排除してすべての良好な衛星から結果を得ることができる。GNSS 受信機のアンテナ位置は地表にあるため、 $xa^2+ya^2+za^2$ が地球の半径の2乗、約 $(6371\text{km})^2$ に近いことを確認する必要がある。

これらの計算の詳細は Appendix IV を参照のこと。

1.3.1 GNSS 測位

測位を目的とする場合、位置変数を解くことは各々の衛星を中心とする球面の交点を推定することになる。三辺測量では、地表の一点を決定するために3機の衛星が必要である。

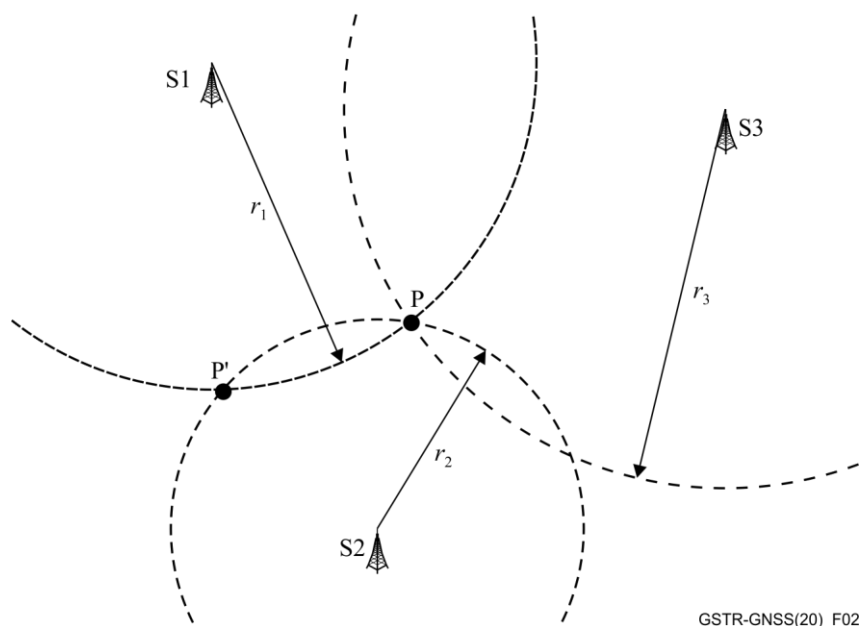


図 1-2-三辺測量

ここで、最小限の衛星数 (S_x) は3機だが、点 P の受信機があらかじめ正しい時刻基準を持たない場合、4機目の衛星が必要となる。(注: 時刻再生用受信機を固定位置で使用する場合、この位置は、未知としてセルフサーベイ中に推定され、既知のパラメータとなる。これにより、時刻を再生する方程式が時刻のみを未知とするものに簡略化される。)

理論的には、時刻は1機の衛星から推定できる (ただ、現実にはより良い精度を得るために複数の衛星を使用することが望ましい)。

1.3.2 GNSS 時刻

時刻演算を説明するために、時刻系の基本的な概念と、GNSS の航法メッセージ内の時刻情報をどのよう

に処理するかについて言及する必要がある。

下図は、GPS システムの時刻系とパラメータの例である（他の GNSS システムも同等である）。

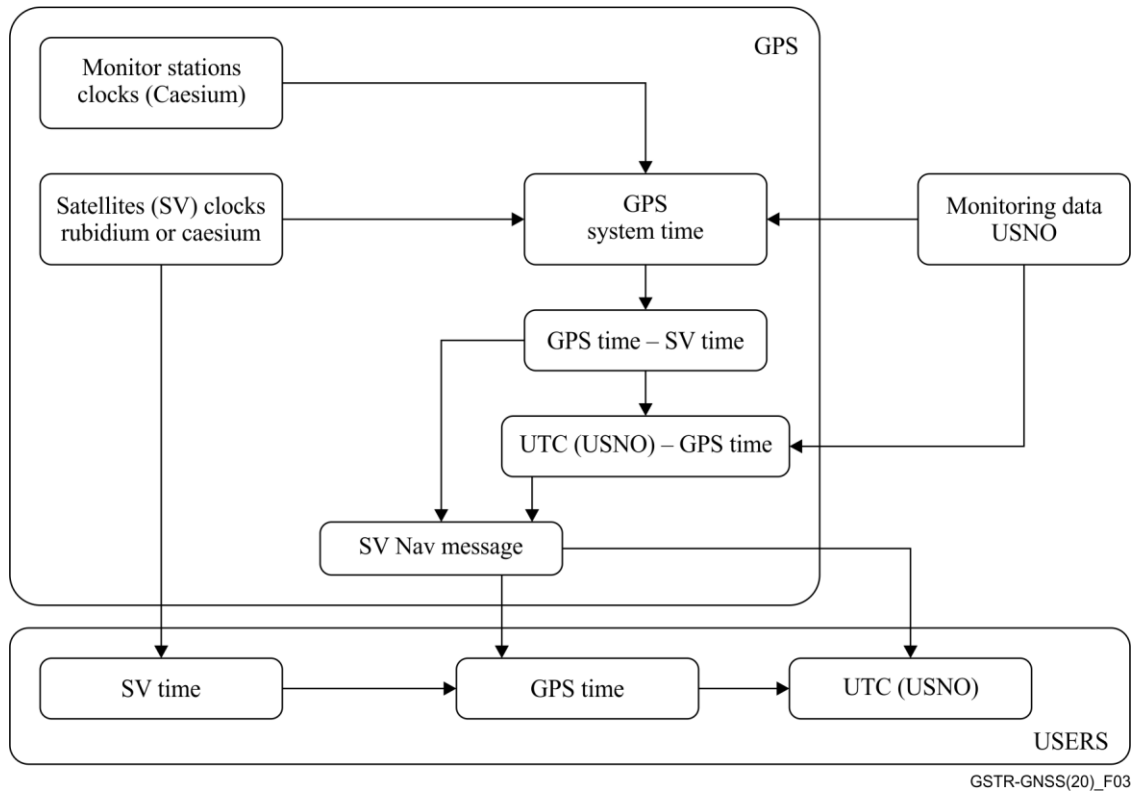


図 1-3-GPS システムの時刻系とパラメータ

GPS の時刻系に関する基本情報

- GPS は、「GPS システム時刻系」と名付けられた独自の時刻系を使用している。略称は「GPS 時刻」である。
- 米国海軍天文台 (USNO) は、米国国防総省 (DoD) の時刻と時刻間隔の基準を維持している。USNO は、いくつかの原子時計を持ち、これらを使って UTC (USNO) と呼ばれる時刻系を導出している。これらの時計は、国際原子時 (TAI) 及び協定世界時 (UTC) に貢献している。UTC (USNO) と UTC (NIST) は、通常 20 ナノ秒以内とほとんど一致しており、どちらも米国における公式な時刻源と見なすことができる。
- 「GPS 時刻」は、概念的な時刻系 (UTC と同じ意味で) であり、GPS システム (宇宙セグメントと地上セグメント) 内にある個々の原子時計すべてから構築される。そして、測定によって DoD の公式基準時刻系である UTC (USNO) に関連づけられている。
- 「GPS 時刻」と UTC (USNO) は、GPS 時刻系の起点が 1980 年 1 月 6 日 (日) 00:00 UTC となるように合わせられた。
- 「GPS 時刻」の放送フォーマットはつぎの通り。
 - 週番号 (10 ビット)、GPS 時刻の開始からの週番号。ロールオーバーは 1024 週であり、20 年を若干下回る。実装上の工夫により、不足する上位ビットを推定できる。
 - 週内時刻 (TOW) (19 ビット)、週内の経過時間で、1.5 秒の分解能を持つ値。
- GPS 時刻は連続的な時刻系であり、公式の国際時刻系である UTC が行っているうるう秒に従うことはない。しかし、ほとんどの GNSS システム (GLONASS を除く) はうるう秒情報を提供しており、受信機で GNSS 時刻から UTC 時刻を計算できる。
- 各々の衛星は、衛星 (SV) 時刻と呼ばれる内部の時刻系を持つ。
- 監視局と、マスター管制局での観測値の処理とにより、各々の衛星は、SV 時刻対 GPS 時刻、GPS 時刻対 UTC (USNO) の差の更新モデルを、地上セグメントからアップリンク・チャンネル経由で受信する。

- このモデル情報は、GPS の航法メッセージ内の様々なパラメータとなり、各々の GPS から地球に向かって発せられる電磁信号に埋め込まれる。

簡単に言えば、GPS 受信機は、受信したすべての衛星信号からこれらすべてのパラメータを処理して、GPS または UTC (USNO) の時刻系をローカルに再現し、PPS 出力ポートに物理的なタイミング信号を生成できる。

2 GNSS ベースの PRTC の性能に影響を与える要因

最も一般的な PRTC [10b]は、GNSS システムからの無線信号を使用して時刻を配信する。しかし、GNSS システムの性能は、機器ベンダーが管理できるかそうでないかに関わらず、さまざまな問題に左右される。したがって、どのようなベンダーの仕様であっても、機器が発揮し得る性能を示しているだけで、どのような設置条件でも発揮する現実的な性能を示すものではない。

2.1 設置と校正

GNSS ベースの PRTC の性能を測定する場合、つぎの条件を可能な限り確認する必要がある。

- 装置が適切に機能しており、アンテナケーブルの長さやケーブル途中の増幅器などによる一定のオフセットに対して校正されていること。たとえば、アンテナケーブルは、ケーブルの種類にもよるが、約 4 ns/m の遅延を生じさせる。
- PRTC のあらゆる 1PPS 出力信号の非対称性補償 ([10a]の A.1.2 節に記載されているようなこと) が安定していること。
- アンテナを空が広く見えるように設置し、マルチパス歪みを最小限に抑えること。これは、測定中に見える衛星の数を記録することにより検証できる。

2.2 機器の設計と構成

GNSS ベースの PRTC の性能を測定する場合、つぎの条件を可能な限り確認する必要がある。

- 機器は、正確な時刻を提供するように設計されていること (正確な位置ではない)。位置を固定する機能を持ち、試験前及び試験期間中は位置が固定されること。
- 機器は、個々の衛星が関与するタイミングソリューションの障害や誤りを検出し、軽減できること。
- 機器は、タイミング性能の向上のために、現用の GNSS アンテナ設置条件に従って適切に設定 (たとえば、許容する最小の S/N 比、最小仰角マスク、DOP マスクなど) されていること。これらのオプションの詳細は第 4 章にある。

2.3 外部要素

GNSS ベースの PRTC の性能を測定する場合、つぎの条件を可能な限り確認すべきである。

- GNSS または無線配信システムは、関連する当局によって適切に保守・運用されていること。これは、関連する運用当局が発行する運用状況速報を確認することにより検証できる。

これらの主たる要因に加え、二次的な要因によって GNSS システムで計測された時刻に誤差を生じさせる場合がある。これらの要因の定量化や軽減はかなり難しい。二次的な要因にはつぎのものがある。

- 地上の送信による干渉：地上での干渉を除去するためにフィルターが使われるが、局所的な妨害波を防ぐことができないことがある。妨害波の有無は、妨害波検出装置を使用することにより確認できる。
- 雷雨、豪雨、霧などの大気状態。
- 電離層遅延に影響する黒点やフレアなど、太陽による干渉。
- アンテナケーブルのインピーダンスマッチング。これを充分良くすれば、大きなパワーの反射信号が受信機に到達するのを防ぐことができる (第 3.8 節及び Appendix V を参照のこと)。

注 1: 2 周波 GNSS 受信機 (たとえば、GPS L1/L2、Galileo E1/E5a、GLONASS L1/L2、及び BEIDOU B1/B2) を使うことにより、電離層遅延を軽減できる。Appendix IV を参照のこと。

注 2: GNSS 信号は、その周波数のため、水蒸気 (晴天時でも信号減衰となる湿った大気部分) による減衰は無視できる。蒸気相にない水成分 (すなわち、固相または液相) を含む雲・雨・霧及び雪の場合は、アンテナドームに水/雪/氷が堆積すると GNSS 信号強度はわずかに低下する。

GNSS 時刻配信ネットワークにおける時刻誤差の発生源の詳細は、第 3 章を参照のこと。

3 GNSS 時刻配信における時刻誤差の要因

GNSS 衛星時計の時刻は、宇宙からの信号を GNSS 受信機で受信することにより得られる。高精度な衛星時計の時刻を得るためには、GNSS 信号の伝送に伴う誤差を補正する必要がある。これらの誤差は、図 3-1 に示すとおり発生源の違いにより、衛星に関する誤差、信号伝搬に関する誤差、受信機に関する誤差の 3 つに分けられる。これらの誤差を補正した後、統計的な計算に従うと、片道タイミングの精確さは 20 ns 程度まで向上する。

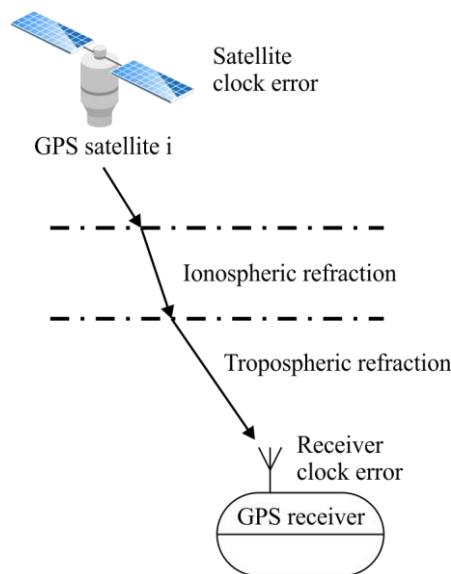


図 3-1-GPS 衛星の片道タイミング

3.1 エフェメリスの誤差

エフェメリスの誤差は、計算された衛星位置と実際の衛星位置との間の偏差を指し、放送されているエフェメリスの誤差または他の軌道情報の誤差によって発生する。衛星は、その信号が地表に到達する前に多くの種類の摂動の影響を受ける。地上の監視局がこれらの摂動の影響を十分に把握することは困難であり、それが衛星軌道誤差の原因となる。

加えて、追跡局の数と配置、軌道パラメータ、軌道計算に用いたモデルを含む監視システムの品質は、エフェメリスの精確さに影響し、エフェメリスに誤差をもたらす。

3.2 衛星時計の誤差

GNSS 衛星はそれぞれ高精度の原子時計を搭載するが、周波数オフセット・周波数ドリフト及びその他の影響により、搭載した原子時計と GNSS 時刻の間には変動が生じる。周波数オフセットと周波数ドリフトは時間経過により変化し、衛星時計の時刻と GNSS 時刻の間に非同期なずれをもたらす。これが衛星時計の誤差である。衛星位置は時間の関数であり、GNSS の観測量は精密な測定に基づいている。衛星時計の誤差は擬似距離の誤差となり、延いては GNSS 受信機のローカル時刻の誤差となる。

3.3 ドップラーシフト

衛星は常に移動しているので、衛星を用いて正確な時刻と周波数を測定するとき、衛星と受信機との相対速度によるドップラーシフトと、衛星位置の変化による伝搬遅延の増減を考慮する必要がある。

3.4 相対論的効果

相対論的影響[5]は、宇宙で運動している衛星時計と受信機時計との速度差や地球重力ポテンシャルの差に起因する現象である。衛星時計の周波数は予め補正できるが、衛星軌道は楕円形（つまり、各軌道の離心率がゼロではない）であり、それらの動的データは時間とともに変化する。従って、衛星時計の周波数を予め修正していても相対論的な影響が残る。

3.5 電離層遅延

電離層遅延は、衛星とユーザの間の経路にある自由電子と正イオンによって引き起こされる。中性大気は多数の正イオンと自由電子からなるプラズマに電離する。GNSS の電磁波信号が電離層を通過するとき、プラズマはこの電磁波信号の反射、屈折及び散乱を引き起こし、伝搬速度に影響を及ぼす。静穏な電離層条件では、GNSS 信号に対して数ナノ秒から 20、25 ns までの追加遅延が生じる。

電離層遅延に関する不確実性に対処するいくつかの選択肢がある。

- i. 電離層の不確実性に対処せずに GNSS を受信する。これは、宇宙天気の影響が許容可能であるという仮定に依存する。これらの受信機は宇宙天気に対して脆弱であり、時刻誤差が PRTC の限界を超える可能性がある。知られている宇宙天気は長い周期（典型的には 11 年）なので、2013 年にあった直近の極大期が異常に穏やかだったことを考えると、この脆弱性はユーザコミュニティに明確に理解されていないかもしれない。
- ii. モデルを使用して電離層遅延を補正する。1 周波受信機はモデルを用いた電離層遅延の近似補正を行うことができる。たとえば、ほとんどの 1 周波受信機は、Klobuchar モデル[1]を使用した補正を行っている。このモデルのための最新パラメータは、GPS の航法メッセージに含めて放送される。Klobuchar モデルは通常、電離層遅延による時刻誤差を 50% 減少させる。
- iii. 電離層遅延モデルの精度を向上させる SBAS のような地域補正サービスを利用する。
- iv. 一次原子時計を使う軽減。これは、日周フィルタリングと宇宙天気の検出を利用して、ローカルな原子時刻系が誤った時刻に調整されることを防ぐ効果的な方式である。この方式は ePRTC [10c] 装置で効果的に使用でき、多周波受信機または 1 周波受信機と組み合わせて使用できる。
- v. 多周波 GNSS 受信機を利用して、電離層の時間遅延を能動的に補正する。明らかな利点は宇宙天気により発生する誤差を自律的に補正できることである。継続的に補正できるため、ローカル発振器への依存が幾分少ない、よりロバストで高精度なクラスの PRTC 装置が可能になる。

電離層遅延の詳細は Appendix II を参照のこと。

3.6 対流圏遅延

対流圏遅延とは、一般に、中性大気中での電磁波信号の屈折によって生じる付加的な伝搬遅延をいう。対流圏中の信号伝搬の非分散遅延により、電磁波の伝搬経路が幾何学的距離より長くなる。対流圏屈折と、地表面の気候・大気圧・湿度及び温度との間には密接な関係があり、最終的に生じる対流圏遅延は、衛星の仰角とも関係する。たとえば、GPS では、天頂から伝播するときの対流圏遅延がタイミングに与える影響は約 7.59 ns であり、仰角 10 度のときの対流圏遅延の影響は約 66 ns である[6]。観測局において、気温・湿度・気圧及び蒸気圧のような気象パラメータを対流圏遅延の補正に用いるならば、タイミングへの影響はサブナノ秒に低減できる。

3.7 視界の制限

もし、航法衛星の信号を直接受信できる空が開けた領域が受信機のアンテナ近くの障害物によって制限されるならば、見通し内 (LOS) の衛星はかなり少なくなる。時刻同期精度は上空の可視衛星の配置のために劣化する。そのとき、幾何学的精度低下率 (DOP) 値は増加する。

3.8 マルチパスの影響

GNSS 信号の受信過程において、GNSS 衛星信号が受信機のアンテナの近くの障害物（ビルや鏡のように振る舞う構造物など）によって反射され、衛星からの直接信号と干渉する多重遅延反射信号が生ずる。この多重反射（マルチパス）は観測された時刻と真の時刻の間の偏差を引き起こす[4]。これは誤差の主な原因であり、GNSS 時刻推定の精確さに影響する。マルチパスは、擬似距離測定値に偏差を生じさせ、つづいて算出されたタイミング出力信号の位相誤差を引き起こす。その結果、最適な時刻同期の精確さ及び精密さが得られなくなる。マルチパスは、受信機周辺の環境に関係し、モデルによる補正は困難である。マルチパスを軽減する最善の方法は、アンテナを可能な限り適切な（オープンスカイの）位置に設置することである。

可視 (LOS) 衛星及び不可視 (NLOS) 衛星からのマルチパス信号は、時刻同期と位置測定の精確さに影響する。可視 (LOS) 衛星からの信号は、比較的弱いマルチパス信号の前に強い直接信号を最初に受信するので、GNSS 受信機の相関器回路における信号処理によって効果的に排除できる。一方、不可視 (NLOS) 衛星からは直接信号がなく、時刻同期にその衛星信号を使用しない（フィルタリングする）ことによるのみ影響を排除できる。GNSS 受信機の精確さと精密さに対する要求が増大するにつれて、後者の影響は特に顕著になり、時刻同期の精密さと精確さが劣化する主な原因となり得る。

3.9 アンテナケーブルでの多重反射

GPS コードは搬送波の二位相変調を用いて信号に重畳される。受信機は、特定の衛星の C/A コードを局所的に生成し、受信コードとの相関を最大化するようサーボロックを実行して信号をロックする。マルチパス反射がない場合、コードの相関は単純な最大ピークを持つ。しかしながら、各反射信号は、コードの相関を歪ませ、ロックポイントを引っ張り、バイアスを生成する。アンテナに入るマルチパス反射は、衛星が頭上を移動するにつれて到達する位相が変化する。しかし、受信機とアンテナのインピーダンス整合が不完全であると、受信機からアンテナにバウンドした反射信号が受信機に戻り、アンテナケーブルを 2 回以上通過する。この影響の詳細については、Appendix V を参照のこと。

3.10 受信機の内部誤差

タイミング用受信機の内部時間を測定する経路は、アンテナ（出発点）で受信された信号の時刻から受信機の 1PPS 出力（終点）までの処理経路として定義できる。

時刻の処理では、GNSS タイミング用受信機の内部誤差には次の 2 つの要素が含まれる。

- A) 系統的な一定の誤差。すなわちケーブルの内部伝搬と電子の実装、及びアンテナから 1PPS 出力までの中間的な計算過程に起因する経路遅延。これは、設計やインストールの際に校正でき、その影響を大幅に軽減できる。
- B) ランダム誤差とは、主に受信機のノイズ・分解能及び受信機のクロックバイアスによって発生するタイミング誤差を指す。たとえば、あるクロック周波数で分周されて出力される 1PPS 信号の配信は、その位相分解能の影響を受ける。GNSS 受信機は、毎パルスの丸め効果を定期的に推定し、その値を管理用通信路で通知する。

4 GNSS ベースの PRTC における時刻誤差の軽減

GNSS タイミング用受信機と PRTC デバイスは、いくつかの設定パラメータが提供され、性能の悪化が予想される衛星を無視するように設定できる。これらにはつぎのものがある。

1. SNR/搬送波対雑音比 (C/N₀) マスク
2. 仰角マスク
3. PDOP/位置の幾何学的精度低下率マスク
4. T-RAIM/時刻に関する受信機による完全性の自律的監視マスク
5. ケーブル遅延の補正

4.1 SNR マスク

多くの場合、受信した GNSS 衛星の信号品質は、その受信機が出力する搬送波対雑音比 (C/N₀) の値として示される。低仰角の衛星、部分的に不明瞭な信号（たとえば、繁った葉のため）、または反射された RF 信号（マルチパス）の C/N₀ 値は低くなることもある。

マルチパスを含む信号は、位置とタイミングのソリューションを劣化させることがある。このような信号は、多くの高層ビルと非常に反射させやすい物がある都市環境で最もよく見られる。受信機にて、直接届く信号と反射して届く信号の混ざったものを受信すると、マルチパス反射信号によって元の信号の実際の形状がマスクされ、ノイズのなかで元の信号を検出するのが困難になる。そのため、C/N₀ 値が低くなる傾向がある。直接信号が存在しない見通し外 (NLOS) の信号は、性能を大幅に低下させることがある。NLOS 信号の C/N₀ 値は比較的低くなる。

GNSS アンテナから空がはっきり見える場合は、マルチパスの影響を受ける可能性のある衛星を除外するために、しきい値となる最小の C/N₀ 値を設定できる。ただし、予期しない干渉によって C/N₀ 値がしきい値を下回り、GNSS 信号が完全に失われる可能性があることに注意すべきである。

4.2 仰角マスク

通常、仰角の低い衛星の信号は仰角の高い衛星の信号よりも品質が悪くなる。これらの信号は、電離層と対流圏の層をより長く通過し、大気によって歪む。さらに、仰角が非常に低い衛星からの信号は、非常に多くのマルチパスが含まれやすい。

GNSS 測位及びタイミング計算から仰角が非常に低い衛星を除外すると、上記の潜在的誤差を減らすことができる。

4.3 PDOP/TDOP マスク

位置/時間の幾何学的精度低下率 (P/TDOP) は、測位に使用する衛星の幾何学的関係によって発生する誤差の尺度である。DOP の値が大きいときは、測定された受信機と衛星間の距離の小さな誤差が受信機の出力する位置や時刻に大きな誤差をもたらすような衛星配置のときである。追尾している衛星が空に密集したり、空に整列したりするとき、PDOP が大きくなり、位置精度が低くなる。（訳注：衛星が空の狭い範囲に集中したり、ほぼ一列に並んだりするとき。）

DOP は測位の信頼水準を示す。小さい DOP 値は信頼水準が高いこと、大きい DOP 値は信頼水準が低いことを示す。

4.4 T-RAIM マスク

時刻に関する受信機による完全性の自律的監視 (T-RAIM) を使用すると、位置固定モードの GNSS 受信機において、すべての可視衛星がそれぞれ時刻を再生させる分布を計算し、外れ値を排除できる。マスクする値を選択することは、衛星のアベイラビリティの低下と時刻推定のインテグリティレベルの向上との間の

トレードオフである（詳細は Appendix III に記載）。

4.5 ケーブル遅延の補正

GNSS 受信機によって推定される位置は、アンテナと受信機の間及び受信機とユーザの間に長いケーブルがある場合でも、アンテナの位置である。アンテナと受信機の間、受信機とユーザの間、及びアンテナ内、受信機内、ユーザ内の他の電子回路間のケーブルは、すべて受信処理を遅延させる。これらの遅延を合わせた分だけ、1PPS がユーザアプリケーションに「遅すぎる」状態で到着するバイアスとなる。

上記の遅延は、すべての衛星に共通しているため、受信機が方程式で解くことはできない。ユーザアプリケーション（または受信機）に手動で設定しないと、ユーザアプリケーションで時刻誤差が発生する。したがって、ユーザが設定できるインタフェースに、これらのさまざまな遅延に対する補正パラメータを備えることを推奨する。ケーブル遅延は一つのパラメータに集約できる。補正は、1PPS パルスの配信タイミングを積極的に調整するか、パルスが何時に到着するかを示すデータを調整することによって行う。

5 GNSS 時刻配信における時刻誤差を軽減する運用スキーム

5.1 マルチコンステレーション、マルチ周波数の受信機

GNSS 受信機が測位計算において複数のコンステレーションかつ複数の周波数を扱えることは、さまざまな誤差を軽減するために不可欠である。多周波受信機を使用することによって、PVT 計算から電離層遅延を最も効果的に除去できる。電離層遅延は周波数によって変化し、様々な GNSS 信号の搬送波に異なる影響を与える。たとえば、受信機は、2つの GNSS 信号 L1 と L2 の遅延を比較することにより電離層遅延の影響を補正できる。

L5/E5 帯に新しく近代化された広帯域信号は、ノイズとマルチパスについて固有の軽減能力がある。受信機は、L5/E5 の能力と、2 周波の組み合わせで電離層遅延を除去する能力を合わせて、観測量と測位の両方の精度を大幅に向上させることができる。また、多周波受信機では干渉に対する耐性も向上する。L2 の周波数帯域に狭帯域の干渉がある場合、多周波受信機は（干渉されていない）L1 と L5 信号を追尾し、受信機が連続して動作することを保証できる。ただし、たとえば、L5 帯域を運用している GNSS 衛星はかなり少ないため、このような運用モードは最適ではない。すべてのガリレオ衛星は E5 信号を送信するが、GPS L5 信号は現在でもアンヘルズである（2019 年 9 月）。

マルチコンステレーション受信機は、たとえば、GPS、GLONASS、BeiDou、Galileo のようないくつかのコンステレーションの信号にアクセスできる。GPS に加えて他のコンステレーションを利用すると視野内により多くの衛星が入り、つぎの利点がある。

- 位置と時刻の精度が向上する。
- 厳しい受信環境でのアベイラビリティが向上する。
- 可視衛星の空間分布が改善され、幾何学的精度低下率が改善される。

5.2 ディファレンシャル GNSS

GNSS の性能を向上させるためによく使われる技術は、ディファレンシャル GNSS である。ディファレンシャル GNSS では、基地局と呼ばれる固定点の GNSS 受信機の位置は、従来の測量技術を使用して高精度に決定される。その後、基地局は自身での観測量をローバーと呼ばれる他の GNSS 受信機に放送する。基本的な仮定は、基地局とローバーが互いにそれほど離れておらず（数十キロメートル）、そのため両者に同じような衛星が見えていることである。また、共通に見える衛星の信号も同様の伝搬条件の中を通過するため、ローバーが基地局の観測量（補正值）を自身の観測量に適用すると、すべての共通誤差要因（衛星の軌道や時計の誤差、電離層遅延など）の多くが相殺される。

ディファレンシャル測位においてリアルタイムに補正を適用する場合、基地局とローバーの間にデータリンクが必要である。

5.3 衛星ベースの補強システム

ディファレンシャル GNSS システムのコストが妥当でないアプリケーションのときや、ローバーの局があまりにも広範囲に広がっているときは、衛星ベースの補強システム（SBAS）が位置精度の向上に適していることがある。SBAS システムは、基本的な GNSS 信号の精度、インテグリティ、及びアベイラビリティを向上させるためのサービスを提供する静止衛星システムである。GNSS 測距誤差の広域補正を送信して精度を向上させる。SBAS ネットワークが衛星信号の誤りを迅速に検出し、受信機に故障した衛星を追尾しないように警告を送信することにより、インテグリティを強化させる。SBAS 衛星から測距信号を送信すれば、信号のアベイラビリティを向上させられる。

5.4 精密単独測位（PPP）

PPP は、GNSS システムの誤差を除去またはモデル化して、単独の受信機で高いレベルの PVT 精度を得る測位技術である。PPP ソリューションの精度は、GNSS 衛星の時計と軌道の補正情報の品質に依存する。一

一般的に、補正情報が良ければよいほど、PPP ソリューションの最終的な精度は高くなる。補正情報は、GNSS（または他の）衛星による放送またはインターネットを介してエンドユーザに配信される。これらの補正情報は受信機で使用され、デシメートルレベルまたはそれ以上の精度を得ることができる。基地局は必要としない。

一般的な PPP ソリューションでは、搬送波位相の擬似距離のアンビギュイティを解くために、デシメートル精度に収束までに非常に長い時間（10～30 分）が必要である。実際に得られる精度と必要な収束時間は、マルチパスの条件、補正情報の品質、及びそれらを受信機が適用する方法によって異なる。高品質な測量用受信機は、ミリメートルレベルの精度を達成する。

PPP システムは、SBAS システムと同様の構成で、位置精度を向上させる補正情報を受信機に提供する。通常、PPP システムはより高いレベルの精度を提供するが、補正情報のアクセスに料金を請求する。また、SBAS システムの補正情報が局地的なものであるのに対し、PPP システムの補正情報は同じ情報を世界中で使用できる。

5.5 後処理用 GNSS データ

航空測量などの多くのアプリケーションでは、補正された GNSS 位置をリアルタイムで必要とするわけではない。これらのアプリケーションでは、GNSS 衛星の生の観測量が収集され、保存され、後処理される。後処理では、ディファレンシャル補正メッセージをリアルタイムに送信する必要はない。よって、ハードウェア構成が大幅に簡素化される。

後処理では、1 台以上の GNSS 受信機を基地局として使用できる。複数の基準局による処理によって、航空アプリケーションによくあるような広いプロジェクトエリアであっても、エリア全体にわたり高精度を維持できる。プロジェクトが常時稼働している GNSS ネットワークに近い場合、基地局データを自由にダウンロードできることが多いため、独自の基地局を設置する必要がない。さらに、PPP であれば、ダウンロードした高精度な時計とエフェメリスのデータを利用し、基地局データなしで処理できる。

後処理アプリケーションは、非常に柔軟性がある。アプリケーションには、固定点または移動する基地局が含まれる場合があり、一部のアプリケーションは、顧客またはサードパーティのソフトウェアモジュールとの統合をサポートする。後処理アプリケーションは、使いやすいグラフィカルユーザインタフェースを通してアクセスできるパーソナルコンピュータで実行するようにも設計できる。

後処理の結果は、一般的にリアルタイム処理の結果よりも精度がよく包括的なソリューションとなる。

Appendix I

Cable delay effects and correction in a GNSS receiver

I.1 Presentation of the main components and hypothesis

The GNSS reception system is composed of:

- an antenna, collecting all radio signals from satellites;
- (optionally) a cable between the antenna and the GNSS receiver;
- a GNSS receiver, terminating the radio signals, solving position and time variables, and delivering a 1PPS to the user, along with time information = $k \cdot 1s$;
- (optionally) a cable between the GNSS receiver and the user;
- a user, receiving the 1PPS.

The goal is to define which variables are solved by the receiver, and how to calibrate the cables and other delays so that the 1PPS is delivered "on time" to the user.

NOTE – The discussion only focuses on identifying a few unknowns (which position is solved, how cable and other local propagation delays are compensated), and purposely ignores or simplifies other thoroughly studied challenges (see [Jespersen] for example):

- The effects of relativity, Doppler, ionospheric and tropospheric errors, multipath are considered as solved.
- The general frame for position considered is ECI (Earth Centred Inertial coordinate), thus ignoring the effects of the earth rotation. Note that this is not the frame generally transmitted from GNSS for satellite positions.
- Also, for additional simplicity it can be considered that the receiving system (antenna + receiver + user) is at a static position and that this position has been resolved. Only time recovery is of interest.

I.2 Main equation and variables

This document mentions the notion of pseudo-range, which is a key one in the context of solving position and time by a GNSS receiver.

The distance between each satellite [i] and the antenna can be computed in different ways

$$d_i = \sqrt{(x_i - x_a)^2 + (y_i - y_a)^2 + (z_i - z_a)^2} = c \cdot (t_{ri} - dt_{ar} - t_i) = c \cdot ((t'_{ri} - t_{offset}) - dt_{ar} - t_i)$$

where:

- t_i is the satellite "i" emission time in GPS epoch time. This information is carried over the radio signal from satellites to receiver and therefore known
- t'_{ri} is the observed reception time in the receiver's local time
- t_{ri} is the unknown reception time in the GPS epoch time
- t_{offset} is the unknown real time offset of the receiver's local time vs GPS epoch:
 - $t_{offset} = t'_{ri} - t_{ri}$.
 - t_{offset} is the difference between the time read simultaneously on the receiver in its local time, and the time read on a device that is purely aligned to GPS time.
 - Example 1: If the receiver's clock starts counting from value 0 second today in 2017, it is "late" and t_{offset} will be negative. Its value will be the number of seconds since GPS epoch (Jan 6, 1980) = -315 million of seconds (also includes nanoseconds).
 - Example 2: If the receiver's time is almost good but too early by 1000 ns, $t_{offset} = +1000$ ns. When t is read as $k \cdot 1s$, t' is simultaneously read as already $k \cdot 1s + 1000$ ns s on the receiver.
- dt_{ar} is the real propagation delay between the antenna phase centre and receiver correlator (strictly positive, including antenna electronics, receiver electronics, and a cable if present). This is an unknown value, but it can be compensated by configured dt_{ar} , as discussed below. This delay applies the same for both GPS epoch time and receiver's local time
- c is the speed of radio signals, supposedly known and perfect
- x_i, y_i, z_i describe the position of the satellite "i" in the ECI frame when the signal was sent (at t_i in the GPS epoch). This information is carried over the radio signal from satellites to receiver and therefore known
- x_a, y_a, z_a describe the position of the antenna in the ECI frame when the signal was received (at $t_{ri} - dt_{ar}$ in the GPS epoch). Either known or unknown value, as discussed below.

I.3 Solving for the unknowns

The pseudo-range is by definition, for satellite "i"

$$p_{ri} = \sqrt{(x_i - x_a)^2 + (y_i - y_a)^2 + (z_i - z_a)^2} + c \cdot (t_{offset} + dt_{ar}) = c \cdot (t'_{ri} - t_i)$$

The system is normally able to solve the four unknowns as soon as four satellites are in view, where the unknowns are:

- x_a, y_a, z_a the position of the antenna (unless it has been manually configured or estimated in the past and the receiver is operating in "position lock" mode)
- estimated $t_{offset} = (t_{offset} + dt_{ar})$, the time error of the receiver + the propagation delay between the antenna and receiver. In the above equation, dt_{ar} is common to all satellites equations and cannot be isolated from t_{offset} .

The estimated t_{offset} by the receiver will be overestimated by this dt_{ar} cable delay.

The receiver's job is to deliver a 1PPS pulse when it estimates that t (in the GPS epoch) = $k \cdot 1s$, which means when $t' = k \cdot 1s + (\text{estimated } t_{offset} - \text{configured } dt_{ar})$, i.e., when $t' = k \cdot 1s + (t_{offset} + dt_{ar} - \text{configured } dt_{ar})$.

If the propagation delay between the antenna and receiver is correctly configured, then $dt_{ar} - \text{configured } dt_{ar} = 0$ and the 1PPS is delivered at $t' = k \cdot 1s + t_{offset}$, which means $t = k \cdot 1s$ exactly.

If, however, the cable delay is not configured, then $\text{configured } dt_{ar} = 0$, and the estimated t_{offset} is over_estimated

by dt_{ar} , and 1PPS is delivered when $t' = k \cdot 1s + (t_{offset} + dt_{ar})$, which means $t = k \cdot 1s + dt_{ar}$: too late by dt_{ar} . Note that in some deployment scenarios, there is a second cable which also adds delay on the 1PPS received by the user: dt_{ru} , the propagation delay between the receiver and user.

If a one-way 1PPS output signal is delivered along with time information " $t = k \cdot 1s$ " by the receiver "on time" and received at the user with a delay of dt_{ru} , the user will receive it "too late". If the user aligns its local clock to the 1PPS received "too late", its own local 1PPS will be "too late" by the same amount.

Conclusion

Solving the GNSS equations estimates the position of the antenna. Any configuration interface proposing to manually enter the position should consider the antenna's position, not the position of the receiver or the user.

The time the user receives as a 1PPS has the following cumulative positive delays that need to be accounted for:

- antenna electronics and any processing,
- any cable from the antenna to the receiver,
- receiver electronics and processing,
- and any cable from the receiver to the user.

Compensation can be done by actively adjusting the time of deliverance of the pulse, or by adjusting the data that says what time the pulse arrives.

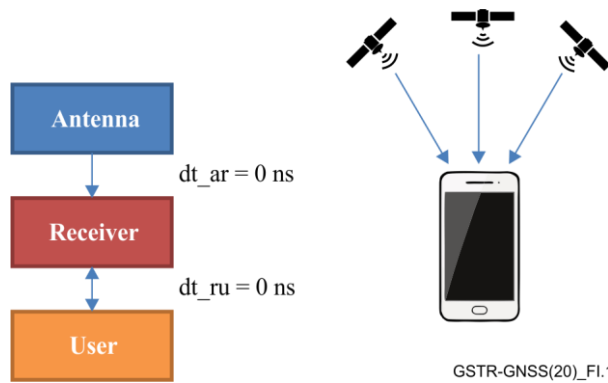
The value of this time compensation cannot be estimated by the GNSS receiver, and must be manually estimated:

- either by knowing the cable length and velocity, as well as other delays in the antenna and receiver "by design", thus computing the total propagation delay,
- or using reflection tools to measure the round-trip delay of the cable.

Then, the user's management system must offer configuration parameters to manually configure these time correction values.

The section below details four deployment cases.

Case 1 = co-located antenna + receiver + user



This case is typically a mobile phone, where all functions are collocated within a few centimetres.

All signals from all satellites are received and solved in the receiver without any delay.

The solved position and time_offset is shared with the user without any delay.

Obviously, the solving for all unknowns ($x_r, y_r, z_r, t_{offset}$) corresponds to the one shared by antenna + receiver + end user.

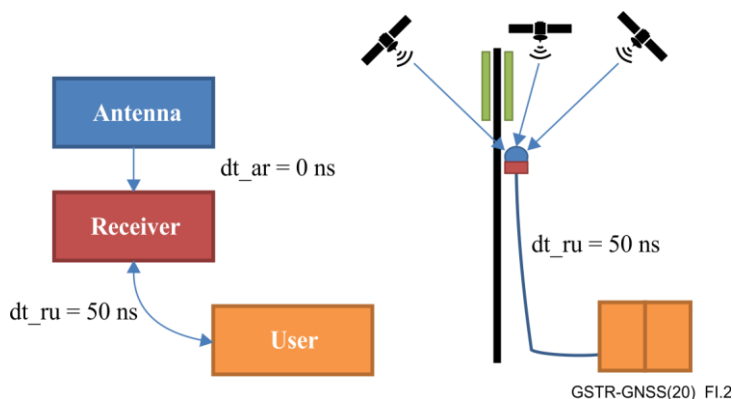
Example:

If $t_{offset} = t' - t = 1000$ ns, which means that the GNSS receiver is "too early" by 1000 ns.

Considering that configured dt_{ar} is correctly set to 0 ns, that dt_{ar} is really 0, then estimated t_{offset} is 1000 ns.

The receiver's job is to deliver a 1PPS pulse when it estimates that t (in the GPS epoch) = $k \cdot 1$ which means when $t' = k \cdot 1s + (estimated_t_{offset} - configured_dt_{ar})$, i.e., when $t' = k \cdot 1s + (t_{offset} + dt_{ar} - configured_dt_{ar})$. As $dt_{ar} - configured_dt_{ar} = 0$ and the 1PPS is delivered at $t' = k \cdot 1s + t_{offset}$, which means $t' = k \cdot 1s$ exactly.

Case 2 = co-located antenna + receiver, distant user



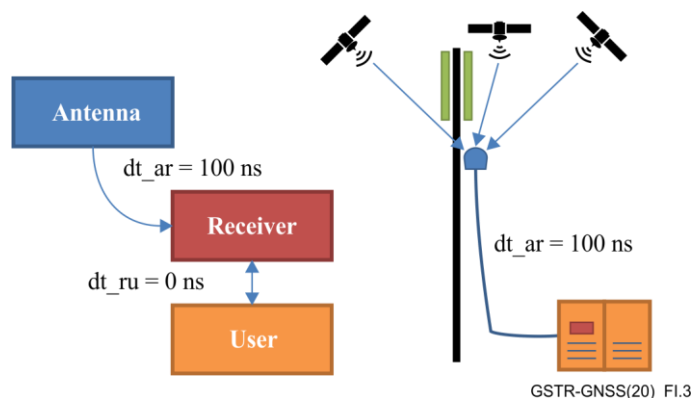
This case is typically a base station with integrated receiver including the antenna on a mast. All signals from all satellites are received and solved in the receiver without any delay ($dt_{ar} = 0$). If a one-way 1PPS output signal is delivered by the receiver "on time" and received at the user with a delay of dt_{ru} , the user will receive it "too late". If the user aligns its local clock to the 1PPS received "too late", its own local 1PPS will be "too late" by the same amount. So, this dt_{ru} cable delay needs to be compensated by some configuration parameter:

- either advancing the 1PPS signal in the receiver and advertising $t = k * 1s$
- or keeping the 1PPS signal in the receiver and advertising $t = k * 1s + \text{configure_dt_ru}$
- or simply let the user know that the information received from the receiver (1PPS + advertised $t = k * 1s$) is received too late by a value of configure_dt_ru , and that local time should be delayed by the same configure_dt_ru .

Example:

If 1PPS is delivered "on time" by the GNSS receiver, and $t_{ru} = 50$ ns. When GPS 1PPS and time information " $t = k * 1s$ " is sent at $t = k * 1s$ by the receiver, it is received at $t = k * 1s + 50$ ns at the user. The user will align its local time to that 1PPS and believe it is only $k * 1s$, while it is already $k * 1s + 50$ ns. If $\text{configure_dt_ru} = 50$ ns, as expected, the user time will be increased by 50 ns, and the 1PPS delivered by the user will therefore be delivered 50 ns earlier. Please note that alternatively, if the receiver is sharing time over a two-way protocol (such as IEEE1588), this delay is automatically corrected and does not need cable delay compensation.

Case 3 = distant antenna, co-located receiver + user



This case is typically a base station with antenna on the mast, and receiver inside the base station. All RF signals from all satellites are received at the antenna, then follow the same delay t_{ar} till they are captured in the receiver. In the pseudo-range equation, compared to case 1, this is delaying each "tri" by the same value t_{ar} , and therefore is solved as an overestimated t_{offset} than the real one. It causes a positive bias on the estimated t_{offset} , while the estimated position x,y,z is still the one of the antenna (where all signals are collected in a straight line path from the satellites) like in case 1. If not corrected by the configured dt_{ar} , this positive bias on the estimated t_{offset} makes the receiver deliver the 1PPS too late.

Example:

Considering:

- $t_{offset} = t' - t = 1000$ ns, which means that the GNSS receiver is "too early by 1000 ns".
- $dt_{ar} = 100$ ns, the real propagation delay between antenna and receiver

Considering that configured_dt_ar is incorrectly set to 0 ns, that dt_{ar} is really 100 ns, then $\text{estimated_t_offset}$ is 1100

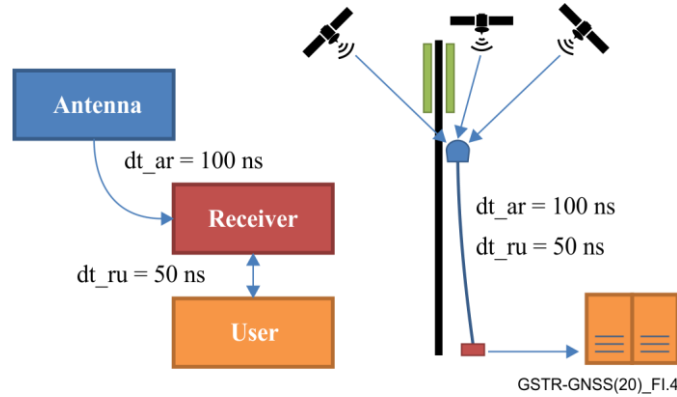
ns.

The receiver's job is to deliver a 1PPS pulse when it estimates that t (in the GPS epoch) = $k \cdot 1s$, which means when $t' = k \cdot 1s + (\text{estimated_t_offset} - \text{configured_dt_ar})$, i.e., when $t' = k \cdot 1s + (1100 \text{ ns})$, which means $t = k \cdot 1s + 100 \text{ ns}$ exactly: too late by 100 ns.

Now, considering that configured_dt_ar is correctly set to 100 ns, that dt_ar is really 100 ns, then $\text{estimated_t_offset}$ is 1000 ns, fully matching the real t_offset .

The receiver's job is to deliver a 1PPS pulse when it estimates that t (in the GPS epoch) = $k \cdot 1s$, which means when $t' = k \cdot 1s + (\text{estimated_t_offset} - \text{configured_dt_ar})$, i.e., when $t' = k \cdot 1s + (1000 \text{ ns})$, which means $t = k \cdot 1s$ exactly: on time.

Case 4 = distant antenna, receiver and users



This case is typically a base station with antenna on the mast, and receiver outside the base station. For example, a GNSS receiver is shared between several base stations.

This case is a mix of cases 2 and 3.

All RF signals from all satellites are received at the antenna, then they follow the same delay t_{ar} until they are captured in the receiver.

If not compensated by an appropriately configured- t_{ar} , $t_{d,ar}$ will cause a 100 ns "too late" 1PPS transmission by the receiver.

If not compensated by an appropriately configured- t_{ur} , $t_{d,ru}$ will cause a 50 ns "too late" 1PPS reception at the user.

1.4 Determining position with non-simultaneous satellite signals

It is possible to solve for the unknowns even if the four satellites are not simultaneously in view, assuming the receiver is stationary. This is described here:

It is necessary to determine the fixed coordinates of a stationary receiver for optimum timing. Ideally, one would like to make all measurements simultaneously, from satellites with a good geometric spread in order to minimize the geometric dilution of precision (GDOP). However, with systems in urban canyons it is not always possible to achieve a good GDOP. An alternative is to make measurements serially in time, using a stable clock to bring the measurements together as if they were made simultaneously. For positioning with simultaneous measurements, one needs at least four pseudo-ranges, ρ_k , to solve for the user's coordinates x, y, z and the user's time offset from system time t . For a pseudo-range, ρ , we have

$$\rho^2 = (S_x - x)^2 + (S_y - y)^2 + (S_z - z)^2 + (ct)^2 \quad (I.1)$$

for satellite S with coordinates S_x, S_y, S_z , and with c the speed of light, ignoring the Sagnac effect and effects of the ionosphere and troposphere. For a measurement $m1$ made when the local clock has changed its time offset from t to $t + \Delta t$, the pseudo-range, ρ_1 is

$$\rho_1^2 = (S_{x1} - x)^2 + (S_{y1} - y)^2 + (S_{z1} - z)^2 + (c(t + \Delta t))^2 \quad (I.2)$$

If one knows the rate offset of the local clock from system time, the term Δt , then equation (I.2) takes on the form of the general pseudo-range (I.1). Hence, it is sufficient to know the rate offset well enough to account for the change in the local clock time offset. For example, if one knows the clock rate to 1 part in 10^{12} , the pseudo-range error after 1000 s will be only 1 ns, or 30 cm. If a local clock is available that is measured remotely against a GNSS using a two-way protocol such as PTP, it might be possible to measure this rate offset with sufficient accuracy.

The problem remains that there must be satellite measurements made at some point with enough geometric diversity to limit the GDOP.

References

[Jespersen] Jespersen J.L., Weiss M., Davis D.D., Allan D.W. (1980), *Global Positioning System for accurate time and frequency transfer and for cost-effective civilian navigation*, Proc. IEEE PLANS Conf., available from <https://tf.nist.gov/general/pdf/496.pdf>.

Appendix II

Ionospheric delay, its effect on GNSS receivers, and mitigation of these effects

The use of two frequencies by GNSS receivers allows the receiver to detect and correct up to 90% for ionospheric effects. The dual-frequency measurements (for instance, L1 and L2 bands for GPS constellation, E1 and E5a for Galileo constellation, E1 and E2 bands for GLONASS constellation, and similar for BEIDOU) enable those receivers to correct the error, because one frequency will refract differently from another and the difference can be used to determine the effect on the signal being used.

If the receiver is able to manage linear operation on pairs of GNSS signals measurements, it is possible to estimate very precisely the ionospheric propagation induced delay error. In this case, the receiver can subtract this error from measurements.

Note that the impact on the GNSS receivers of ionospheric events is expected to be very similar within one geographic region, so if all the single-frequency (for instance: L1) receivers in this region follow the same phase error, then the relative phase error from this effect will be the same on the output of all PRTCs. In this case, the impact from an ionosphere event is not significant if only the relative phase requirement is relevant.

Mixing single frequency (for instance: L1) with dual frequency (for instance: L1/L2) PRTCs should be done in a controlled way in order to get the related benefits. Effectively, in a certain geographic area, all single frequency GNSS receivers will all deliver non-corrected time, while all dual frequency ones will deliver the corrected one. This will result in relative time error between the two groups of receivers. As a consequence, clusters requiring tight relative time accuracy should be carefully supplied with the same type of receivers (if possible, all dual frequency for best absolute time error, otherwise all single frequency ones, but avoiding a mix of them).

However, it is possible that clusters with single frequency receivers and clusters with dual frequency receivers may work independently, in parallel.

In a GNSS receiver the measured uncorrected distance from the receiver to a satellite is referred to as a pseudo-range, R . It can be expressed as:

$$R = r + c\delta t_r + \delta R_i + c\delta t_s \quad (\text{II.1})$$

Here r is actual distance from the receiver to the satellite; δt_r is the error of the receiver clock, which we wish to determine; δt_s represents known clock errors of the satellite, which are broadcast in the satellite message; c is the speed of light in vacuum; and δR_i is the error in pseudo-range due to the ionosphere. Not included are other smaller errors, such as those due to the delay in the troposphere. If R_i were known, then the offset of the receiver clock, δt_r , could be determined. The ionosphere is a plasma, due to ionization of gas molecule by radiation from the sun. The plasma causes the ionosphere to act as a dispersive medium with respect to signals, such that to first order [Klouchar], [Crawford], [Shohet].

$$\omega^2 = c^2 k^2 + \omega_p^2 \quad (\text{II.2})$$

Here ω is the angular frequency of a signal propagating in the ionosphere; k is the corresponding wavenumber, and ω_p is the plasma frequency. Under the assumption that the electron mass is much less than the ion mass (which is true for the ionosphere), ω_p is given by

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}} \quad [\text{rad/s}] \quad (\text{SI (MKS) units}) \quad [\text{Shohet}] \quad (\text{II.3})$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{m_e}} \quad [\text{rad/s}] \quad (\text{cgs units}) \quad [\text{Nicholas}]. \quad (\text{II.3a})$$

In Eq. (II.3), n_e is the number density of electrons in electrons/m³, e is the electron charge in Coulombs ($e = 1.602 \times 10^{-19}$ C), m_e is the rest mass of the electron in kg ($m_e = 9.109 \times 10^{-31}$ kg), and ϵ_0 is the permittivity of free space ($\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ C² s² kg⁻¹ m⁻³). In Eq. (II.3-a), n_e is the number density of electrons in electrons/cm³, e is the electron charge in statcoulombs ($e = 4.803 \times 10^{-10}$ statcoulombs), and m_e is the rest mass of the electron in g ($m_e = 9.109 \times 10^{-28}$ g)

The group velocity, v_g , for an electromagnetic wave in the ionospheric plasma is

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (\text{II.4})$$

Solving Eq. (II.2) for ω and differentiating gives

$$v_g = \frac{kc^2}{\sqrt{k^2 c^2 + \omega_p^2}} = \frac{kc^2}{\omega^2} \quad (\text{II.5})$$

Solving Eq. (II.2) for k and substituting into Eq. (II.5) gives

$$v_g = c\sqrt{1 - (\omega_p / \omega)^2} \quad (\text{II.6})$$

If $\omega \gg \omega_p$, Eq. (II.6) may be approximated by expanding it to first-order in $(\omega_p/\omega)^2$. The result is

$$v_g = c \left[1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} \right] \quad (\text{II.7})$$

Eq. (II.6) shows that the group velocity is less than c by the amount $c\omega_p^2/(2\omega^2)$. The error in the pseudo-range, δR_i , is equal to this quantity multiplied by the propagation time for the signal through the ionosphere. The result is that when $\omega \gg \omega_p$, δR_i is inversely proportional to the signal frequency squared (i.e., it is proportional to $1/\omega^2$). Since the plasma frequency of the ionosphere is on the order of 1 MHz [Crawford], this certainly holds for GNSS satellite signals. When there are two pseudo-ranges from the same satellite at two different frequencies, the fact that δR_i is inversely proportional to ω^2 means that

$$(\delta R_{i1}) f_1^2 = (\delta R_{i2}) f_2^2 \quad (\text{II.8})$$

In Eq. (II.8), we have used the frequency in Hz, rather than the angular frequency in rad/s. Then

$$\delta R_{i1} = \delta R_{i2} \frac{f_2^2}{f_1^2} \quad (\text{II.9})$$

The error in the pseudo-range due to ionospheric effects is given by the difference between the actual pseudo-range (R_{i1} or R_{i2}) and the pseudo-range in the absence of ionospheric effects (R_0). Then

$$R_1 - R_0 = (R_2 - R_0) \frac{f_2^2}{f_1^2} \quad (\text{II.10})$$

Therefore, the pseudo-range in the absence of ionospheric effects can be determined by solving Eq. (II.10) for R_0 ; the result is

$$R_0 = \frac{f_2^2 R_2 - f_1^2 R_1}{f_2^2 - f_1^2} \quad (\text{II.11})$$

From Eq. (II.1), the receiver clock correction is

$$\delta t_r = \frac{R_0 - r}{c} - \delta t_s \quad (\text{II.12})$$

References

- [Crawford] Crawford F. (1968), *Berkeley Physics Course, Vol. 3 WAVES, Mc Graw-Hill, Inc., New York, USA.*
 [Klouchar] Klouchar, J. (1987), *Ionospheric Time-Delay Algorithms for Single-Frequency GPS Users. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems (3), pp. 325-331.*
 [Nicholas] Krall, N.A. and Trivelpiece A.W. (1973), *Principles of Plasma Physics, McGraw-Hill.*
 [Shohet] Juda Leon Shohet (1971), *The Plasma State, Academic Press.*

Bibliography

- [b-Giffard-1999] Giffard R. (1999), *Estimation of GPS ionospheric delay using L1 code and carrier phase observables, 31st Annual Precise Time and Time Interval Meeting.*

Appendix III

Time receiver autonomous integrity monitoring

GNSS receivers used for timing can employ time receiver autonomous integrity monitoring, or T-RAIM, algorithm to improve the robustness of the receiver. This is the timing application equivalent to the RAIM algorithms used for positioning applications. One condition must be met before T-RAIM can operate in a timing receiver: The position of the receiver must be known before the GNSS solution to which T-RAIM will be applied. Most timing applications involve stationary equipment, so once the position is known, it can be reused for subsequent timing solutions. The position can be entered at a surveyed position, or the timing receiver can have an initial position averaging mode. In the latter case many (for example 10 000) GNSS position fixes are averaged to remove noise. The receiver then transitions into timing mode and uses the stored position. This position can also be stored in non-volatile memory and used after a power cycle. In this case the operator will need to clear the position when moving the receiver.

Once the receiver enters timing mode each satellite is treated as an independent source of time. T RAIM algorithms are performed for each GNSS solution as shown below:

1. For each satellite in view compute Δt_i , the receiver clock offset indicated by satellite i .
2. Compute average $\langle \Delta t \rangle$, over all satellites in view, for a single GNSS solution.
3. If the number of satellites < 3 , skip to step 6.
4. For each satellite, compute $|\Delta t_i - \langle \Delta t \rangle|$, so that the receiver clock offset from each satellite can be compared to the average offset.
5. If $|\Delta t_i - \langle \Delta t \rangle| > threshold$ for any of the satellites, then remove the satellite with the largest absolute difference from the solution and start over at step 1.
6. The receiver clock offset for this GNSS solution is $\langle \Delta t \rangle$

T-RAIM can remove bad satellites from the GNSS solution until there are two satellites left, if the time errors are all different. If the time errors are similar, T-RAIM can remove all bad satellites, as long as they are in the minority. Once a satellite is removed from a solution, then it may be quarantined for a period of time, for example one hour. The value of the threshold for identifying bad satellites must be chosen depending on the accuracy required for the application. There is a trade-off between the probability of failing to identify a bad satellite and generating false positives due to random variation. For example, a threshold of $1 \mu s$ might be used. Note that different GNSS receivers which implement T-RAIM, may have minor variations with respect to the algorithm described in this appendix.

Appendix IV

Solving GNSS equations to establish position and time

IV.1 Initial equation

The distance between each satellite i and the antenna can be computed using the pseudo-range equation for each satellite:

$$d_i = \sqrt{(x_i - x_a)^2 + (y_i - y_a)^2 + (z_i - z_a)^2} = c \cdot ((tr'_i - t_{offset}) - \Delta t_{ar} - t_i) \quad (IV.1_i)$$

This can be simplified to:

$$d_i = \sqrt{(x_i - x_a)^2 + (y_i - y_a)^2 + (z_i - z_a)^2} = c \cdot (\Delta t_i - t_{offset}) \quad (IV.2_i)$$

where:

- t_i is the satellite i emission time in GPS epoch time. This information is carried over the radio signal from satellites to receiver and therefore known
- tr'_i is the observed reception time in the receiver's local time
- t_{offset} is the unknown real time offset of the receiver's local time relative to the GPS epoch.

The quantity t_{offset} is the difference between the time read simultaneously on the receiver in its local time, and the time read on a device that is purely aligned to GPS time.

Example 1: If the receiver's clock starts counting from value 0 second on 6 January 2018, it is "late" and t_{offset} will be negative. Its value will be the number of seconds since GPS epoch (Jan 6, 1980) $\cong -1.2$ billion of seconds.

Example 2: If receiver's time is almost good but too early by 1000 ns, $t_{offset} = +1000$ ns. When t is read as $k \cdot 1s$, t' is simultaneously read as already $k \cdot 1s + 1000$ ns on the receiver.

Δt_{ar} is the propagation delay between the antenna and receiver (strictly positive, including antenna electronics, receiver electronics, and a cable if present). In this appendix, it is considered as well-calibrated, known and perfect by the GNSS receiver.

Δt_i is noted as $(tr'_i - \Delta t_{ar} - t_i)$ to simplify the equations.

c is the speed of radio signals, supposedly known and perfect.

x_i, y_i, z_i describe the position of the satellite "i" in the ECI frame when the signal was sent (at t_i in the GPS epoch). This information is carried over the radio signal from satellites to receiver and therefore known.

x_a, y_a, z_a describe the position of the antenna in the ECI frame when the signal was received (at $tr_i - \Delta t_{ar} - t_{offset}$ in the GPS epoch), either a known or unknown value, as discussed below.

NOTES:

Relativistic effects are not covered in this appendix.

During self-survey, the GNSS receiver's antenna static position is considered as unknown, so the four unknowns to be solved are x_a, y_a, z_a and t_{offset} .

Once self-survey is completed, t_{offset} remains the only unknown to solve (but the position can be monitored and challenged).

The GNSS receiver's antenna position is located on the surface of the earth, so that it must be checked that $x_a^2 + y_a^2 + z_a^2$ is close to the square of the Earth radius approximately $(6371 \text{ km})^2$.

Squaring Eq. (IV.2_i) produces:

$$d_i^2 = (x_i - x_a)^2 + (y_i - y_a)^2 + (z_i - z_a)^2 = c^2 \cdot ((\Delta t_i - t_{offset}))^2 \quad (IV.3_i)$$

IV.2 Different techniques to solve the equations with 4 unknowns

As shown above, the system of four equations with four unknowns is complex to solve. There are many techniques described in the literature. Some of these are:

- a purely mathematical closed-form solution;
- other approaches, for example using iterative estimations based on Newton's method.

All methods need at least four satellites in view to solve the four equations and compute the four unknowns. When more than four satellites are visible, techniques described in this technical report (e.g., SNR/carrier-to-noise power ratio masking, elevation masking, PDOP masking, T-RAIM masking) allow rejecting the faulty or redundant ones, and allow for checking and averaging the results from any group of four good satellites. A self-survey typically makes such estimations repetitively over a period of a few thousand seconds, before it averages the results and delivers the estimated static position.

A high-level view of the mathematical closed-form solution:

- Step 1: From the four equations Eq. (IV.3_i), replace three of them by the difference between the remaining equation and each of the three equations, thus removing all quadratic terms for the four unknowns (x_a, y_a, z_a , and t_{offset}).
- Step 2: Solve these three linear equations and find x_a, y_a and z_a as linear functions of t_{offset} .
- Step 3: Replace x_a, y_a and z_a , in Eq. (IV.3_1), by the above functions of t_{offset} obtained in Step 2, making it a second-order equation with only t_{offset} unknown.
- Step 4: Solve the second-order equation, and select the t_{offset} value that makes the right-hand side of Eq. (IV.1) and Eq. (IV.2) positive. In this step, t_{offset} is determined.
- Step 5: Compute x_a, y_a and z_a from t_{offset} . Check that this position is on the surface of the Earth. In this step x_a, y_a and z_a are determined in the same reference frame as the satellite position, i.e., ECI (Earth Centred Inertial coordinates).
- Step 6: Using the known time and rotation of the Earth, convert x_a, y_a and z_a into longitude/latitude/elevation for a human-friendly display.

This conversion needs to carefully consider the imperfect rotation of the Earth. Models representing this are available from the International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS). It should also consider the departure of the shape of the Earth from a perfect sphere and apply geodesic conversion. Popular conversions are the Helmert and Molodensky-Badekas transformations.

IV.3 Solving the equation with one unknown

After completion of the self-survey, the receiver's antenna position is considered as determined, and x_a , y_a and z_a are no longer considered as unknowns, but as input parameters. There are monitoring techniques to make sure that they remain valid, and can be enhanced later, but this is not described here.

The known position can be used in Eq. (IV.2_i), corresponding to each visible satellite. This is now a simplified, first order equation to solve.

When more than one satellite is available, techniques described in this technical report (e.g., SNR/carrier-to-noise power ratio masking, elevation masking, PDOP masking, T-RAIM masking) allow rejecting the faulty or redundant ones, and allow for checking and averaging the results from any good satellite.

IV.4 Detailed computation for the solution of the four equations

- **Step 1:** From the four equations Eq. (IV.3_i), replace three of them by the difference between the remaining equation and each of the three equations, thus removing all quadratic terms for the four unknowns (x_a , y_a , z_a , and t_{offset}). This is done as follows:

$$x_i^2 + x_a^2 - 2 \cdot x_i \cdot x_a + y_i^2 + y_a^2 - 2 \cdot y_i \cdot y_a + z_i^2 + z_a^2 - 2 \cdot z_i \cdot z_a = c^2 \cdot \Delta t_i^2 + c^2 \cdot t_{offset}^2 - 2 \cdot c^2 \cdot \Delta t_i \cdot t_{offset} \quad (IV.4_i)$$

After creating the three differences between the first equation and each of the other three, the system becomes:

$$\text{Eq. (IV.5_1)} = \text{Eq. (IV.3_1)}: (x_1 - x_a)^2 + (y_1 - y_a)^2 + (z_1 - z_a)^2 = c^2 \cdot ((\Delta t_1 - t_{offset}))^2$$

$$\begin{aligned} \text{Eq. (IV.5_2)} &= \frac{1}{2} \cdot (\text{Eq. (IV.4_1)} - \text{Eq. (IV.4_2)}) : \\ &(x_2 - x_1) \cdot x_a + (y_2 - y_1) \cdot y_a + (z_2 - z_1) \cdot z_a \\ &= c^2 \cdot t_{offset} (\Delta t_2 - \Delta t_1) + \frac{1}{2} [(x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 - c^2 \Delta t_2^2) - (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - c^2 \Delta t_1^2)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Eq. (IV.5_3)} &= \frac{1}{2} \cdot (\text{Eq. (IV.4_1)} - \text{Eq. (IV.4_3)}) : \\ &(x_3 - x_1) \cdot x_a + (y_3 - y_1) \cdot y_a + (z_3 - z_1) \cdot z_a \\ &= c^2 \cdot t_{offset} (\Delta t_3 - \Delta t_1) + \frac{1}{2} [(x_3^2 + y_3^2 + z_3^2 - c^2 \Delta t_3^2) - (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - c^2 \Delta t_1^2)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Eq. (IV.5_4)} &= \frac{1}{2} \cdot (\text{Eq. (IV.4_1)} - \text{Eq. (IV.4_4)}) : \\ &(x_4 - x_1) \cdot x_a + (y_4 - y_1) \cdot y_a + (z_4 - z_1) \cdot z_a \\ &= c^2 \cdot t_{offset} (\Delta t_4 - \Delta t_1) + \frac{1}{2} [(x_4^2 + y_4^2 + z_4^2 - c^2 \Delta t_4^2) - (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - c^2 \Delta t_1^2)] \end{aligned}$$

- **Step 2:** Solve these three equations and find x_a , y_a and z_a as linear functions of t_{offset} . In doing this, the above system can be represented as a matrix and vector:

$$\mathbf{A} \mathbf{p}_a = c^2 \cdot t_{offset} \cdot \Delta \mathbf{t} + \Delta \mathbf{M} \quad (IV.6)$$

where:

\mathbf{A} is the matrix of the satellite positions

$$\begin{bmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{bmatrix}$$

\mathbf{p}_a is the unknown antenna position vector

$$\begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix}$$

$\Delta \mathbf{t}$ is the vector of the time differences

$$\begin{bmatrix} \Delta t_2 - \Delta t_1 \\ \Delta t_3 - \Delta t_1 \\ \Delta t_4 - \Delta t_1 \end{bmatrix}$$

$\Delta \mathbf{M}$ is the vector of the satellite pseudo-range differences

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} [(x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 - c^2 \cdot \Delta t_2^2) - (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - c^2 \cdot \Delta t_1^2)] \\ \frac{1}{2} [(x_3^2 + y_3^2 + z_3^2 - c^2 \cdot \Delta t_3^2) - (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - c^2 \cdot \Delta t_1^2)] \\ \frac{1}{2} [(x_4^2 + y_4^2 + z_4^2 - c^2 \cdot \Delta t_4^2) - (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - c^2 \cdot \Delta t_1^2)] \end{bmatrix}$$

The traditional resolution of this equation consists in multiplying by the inverted matrix:

$$\mathbf{p}_a = \mathbf{A}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{t} \cdot c^2 \cdot t_{offset} + \mathbf{A}^{-1} + \Delta \mathbf{M} \quad (\text{IV.7})$$

So finally, the system gets simplified, with x_a , y_a and z_a as a linear function of t_{offset} :

$$\text{Eq. (IV.8_1) = Eq. (IV.3_1): } (x_1 - x_a)^2 + (y_1 - y_a)^2 + (z_1 - z_a)^2 = c^2 \cdot ((\Delta t_1 - t_{offset}))^2$$

$$\text{Eq. (IV.8_2): } x_a = k_a \cdot t_{offset} + k_b$$

$$\text{Eq. (IV.8_3): } y_a = k_c \cdot t_{offset} + k_d$$

$$\text{Eq. (IV.8_4): } z_a = k_e \cdot t_{offset} + k_f$$

NOTE – $k_a \dots k_f$ are functions of the known quantities and are not provided in detail here.

- **Step 3:** replace x_a , y_a and z_a by the above formula using t_{offset} in Eq. (IV.3_1), making it a second order equation with only t_{offset} unknown.

$$(x_1 - k_a \cdot t_{offset} - k_b)^2 + (y_1 - k_c \cdot t_{offset} - k_d)^2 + (z_1 - k_e \cdot t_{offset} - k_f)^2 = c^2 \cdot ((\Delta t_1 - t_{offset}))^2 \quad (\text{IV.9})$$

This is equivalent to:

$$\begin{aligned} & (k_a^2 + k_c^2 + k_e^2 - c^2) \cdot t_{offset}^2 \\ & + 2 \cdot [k_a \cdot (k_b - x_1) + k_c \cdot (k_d - y_1) + k_e \cdot (k_f - z_1) + c^2 \cdot \Delta t_1] \cdot t_{offset} \\ & + [(k_b - x_1)^2 + (k_d - y_1)^2 + (k_f - z_1)^2 - c^2 \cdot \Delta t_1^2] \\ & = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.10})$$

or:

$$A \cdot t_{offset}^2 + B \cdot t_{offset} + C = 0 \quad (\text{IV.11})$$

where

$$\begin{aligned} A &= (k_a^2 + k_c^2 + k_e^2 - c^2), \\ B &= 2 \cdot [k_a \cdot (k_b - x_1) + k_c \cdot (k_d - y_1) + k_e \cdot (k_f - z_1) + c^2 \cdot \Delta t_1], \\ C &= ((k_b - x_1)^2 + (k_d - y_1)^2 + (k_f - z_1)^2 - c^2 \cdot \Delta t_1^2) \end{aligned}$$

- **Step 4:** Solve the second order equation, Eq. (IV.11). The solution is:
Provided

$$B^2 - 4 \cdot A \cdot C > 0 \quad (\text{IV.12})$$

the solution is

$$t_{offset} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2A} \quad (\text{IV.13})$$

Select the one t_{offset} value that makes the right part of Eq. (IV.1) and Eq. (IV.2) positive. In this step, t_{offset} is determined.

- **Step 5:** Compute x_a , y_a and z_a from t_{offset} using Eq. (IV.8_2..4). Check that this position is on the surface of the Earth. In this step, x_a , y_a and z_a are determined relative to the ECI reference frame.
- **Step 6:** For display only, compute longitude, latitude and elevation above sea level from x_a , y_a , z_a .

This last computation is not described here.

Appendix V

The effect of multiple reflections within the antenna cable

The GPS code is embedded in the signal using biphasic modulation of the carrier. The receiver locks to the signal by locally generating the C/A code for the particular satellite and performing a servo lock to maximize correlation with the received code. With no multipath reflections, the correlation code has a simple maximum peak. However, each reflected signal distorts the correlation code, pulling the lock point and creating a bias. With multipath reflections before the antenna, the arrival phases of the reflected signals change as the satellite moves overhead. However, due to imperfect impedance matching at the receiver and antenna, reflected signals can enter the receiver after bouncing from the receiver to the antenna and back to the receiver, transiting the antenna cable two times more than the direct signal. Figure V.1 illustrates this.

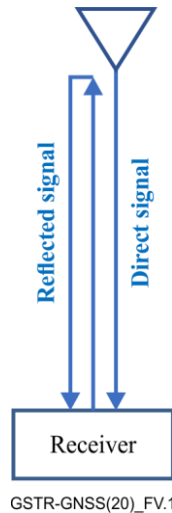


Figure V.1-A reflected signal in an antenna cable

Because the code edges occur in the carrier, a change in the apparent lock point of the receiver can cause a non-linear delay change in the apparent time produced by the receiver. This problem is discussed in the two references listed below. This effect can cause large changes in the apparent delay of the receiver system without any apparent warning, due to small changes in the electrical length of the reflected signal. A change in the apparent electrical delay of the antenna cable of 115 ps can cause a time change in the receiver of 50 ns. The change in the reflected signal in the cable can happen slowly over time and appear to simply be a change in the time of the reference clock.

As shown in Figure V.2 (copied from the second reference), with the bad luck of the wrong phase and cable length for the reflected signal, even with the reflected signal 25 dB below the direct signal, the change of $\frac{1}{4}$ the L1 cycle, 115 ps, produces a change in the arrival time of the reflected signal of $\frac{1}{2}$ a cycle, which in turn can produce a change in the apparent delay of the receiver of about 50 ns. This can be seen in the figure where the error changes from the top of the envelope to the bottom, due to a change in half a cycle of the carrier.

This 50 ns change in the timing error happens if the total delay of the reflected signal is about 0.5 of the pseudorandom noise chip, or about 500 ns, which happens if the one-way delay is about 250 ns. This is not an uncommon length for an antenna cable. If, for example, the speed of propagation in the cable is 60% the speed of light, this would correspond to a cable of length 50 m.

A chip is a pulse of a direct-sequence spread spectrum code used in code division multiple access channel access techniques. The chip is typically a rectangular pulse of +1 or -1 amplitude, which is multiplied by a data sequence (similarly +1 or -1 representing the message bits) and then by a carrier waveform to make the transmitted signal. The chips are therefore just the bit sequence out of the code generator; they are called chips to avoid confusing them with message bits.

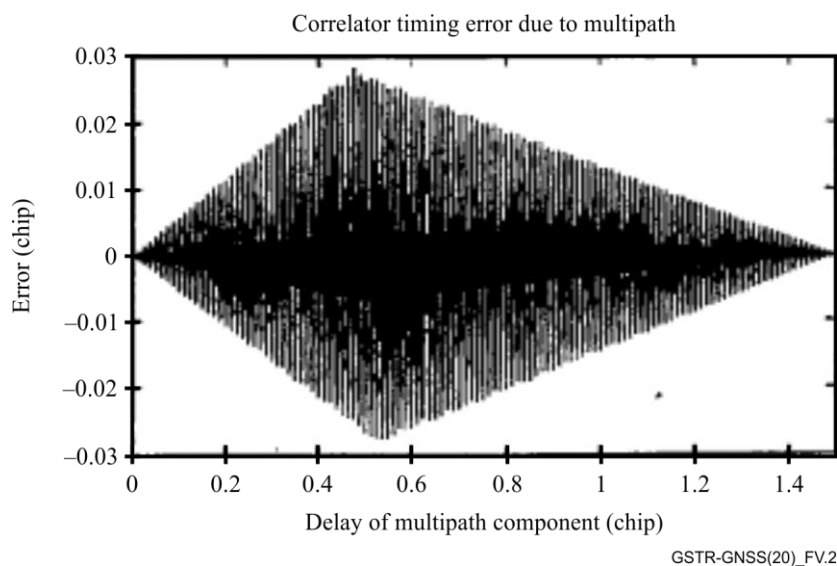


Figure V.2-GPS correlator timing error due to a multipath signal 25 dB below the direct signal as a function of the delay

Even with a reflected signal 35 dB below the direct signal, a change in delay of almost 20 ns is possible. Figure V.3 (also taken from the second reference) illustrates this.

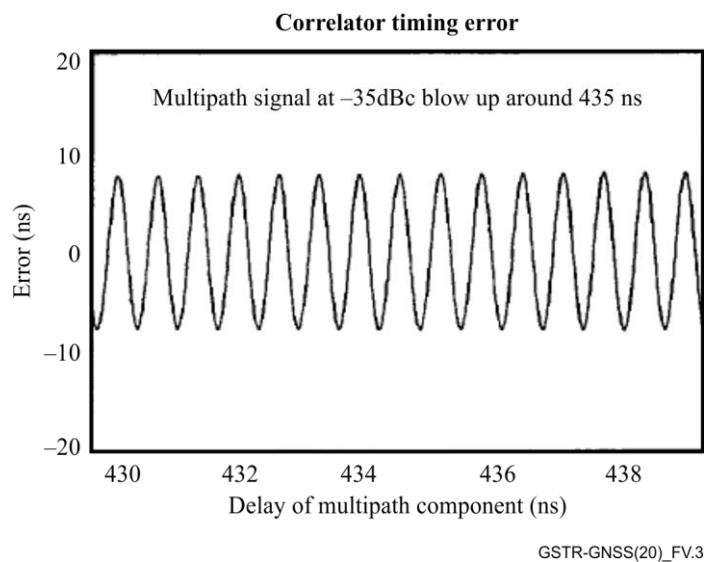


Figure V.3-GPS correlator timing error due to a multipath signal 35 dB below the direct signal. The window shows the interval of maximum variation

Thus, it is important that the impedance matching of the antenna cable with the antenna and receiver terminations be controlled to limit the power of a reflected signal.

References

- [Ascarrunz] Ascarrunz F.G., Parker T.E., Jefferts S.R. (1999), *Group-delay errors due to coherent interference*, Proc. European Frequency and Time Forum, available online from <https://tf.nist.gov/general/pdf/1313.pdf>.
- [Weiss] Weiss M.A., Ascarrunz F.G., Parker T., Zhang V., Gao X. (1999), *Effects of antenna cables on GPS timing receivers*, Proc. European Frequency and Time Forum, available online from <https://tf.nist.gov/general/pdf/1384.pdf>.

Appendix VI

Satellite common-view

VI.1 Satellite common-view

Satellite common-view refers to two places anywhere on earth receiving the same navigation satellite signal at the same time, which can eliminate the common error on the two propagation paths and realize time comparison between the two places.

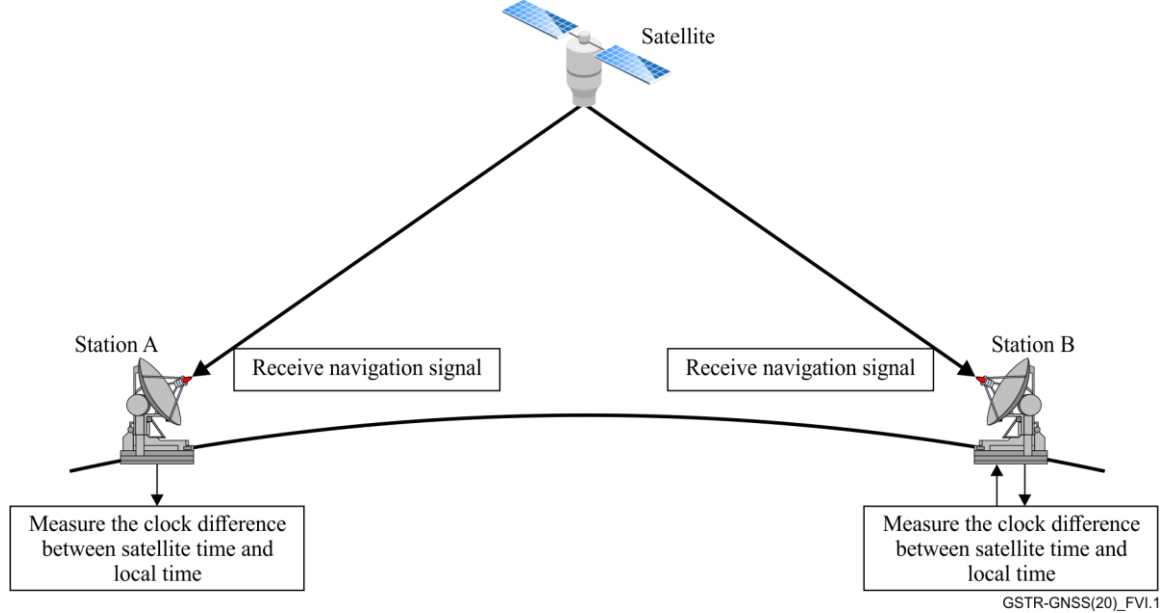


Figure VI.1-Principle of satellite common-view

The basic principle of satellite common-view is shown in the above figure. When the difference between station A and station B needs to be calculated, the two stations need to observe the same satellite S. $T(A)$ is the time of station A, $T(B)$ is the time of station B, $T(S)$ is the satellite time, $d(A)$ is the delay between station A and satellite S and $d(B)$ is the delay between station B and satellite S; the time difference between station and satellite for A and B is as below:

$$\Delta T_{AS} = T(A) - T(S) - d(A)$$

$$\Delta T_{BS} = T(B) - T(S) - d(B)$$

Then the time deviation between station A and station B can be calculated as below:

$$\Delta T_{AB} = \Delta T_{AS} - \Delta T_{BS} = (T(A) - T(B)) - (d(A) - d(B))$$

It can be seen from the above equation that satellite common-view can eliminate the influence of satellite clock error and most of the path delay, which will improve the accuracy of the relative clock difference between the two places and realize high precision time comparison.

VI.2 Satellite common-view for monitoring

According to the satellite common-view principle, the same satellite needs to be observed at the same time. Therefore, monitoring with satellite common-view requires the following data: satellite, system time, satellite number and time offset.

After the synchronization network is established, any two nodes can be monitored by satellite common-view, as is shown below.

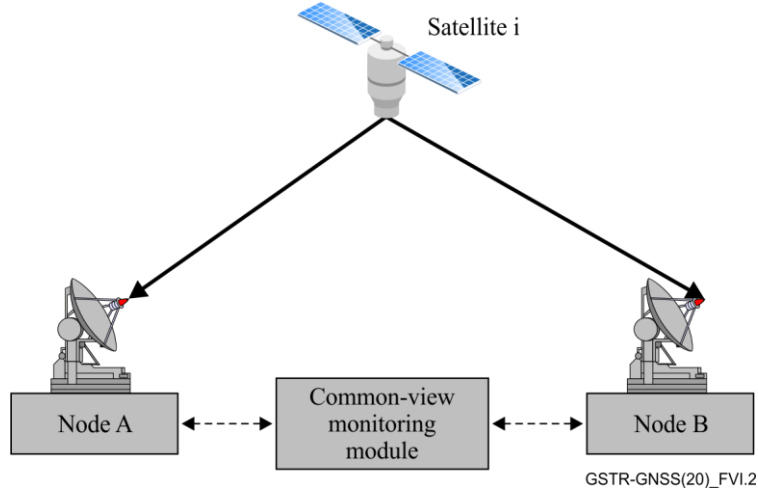


Figure VI.2-Any two nodes can be monitored by satellite common-view at the same time

GNSS satellites continuously broadcast microwave signals every moment, and the main signal components of these signals are ranging signals, used to measure the distance to the satellite, and navigation messages. The navigation messages include ephemeris data, used to calculate the position of each satellite in orbit, the information about the time and status of the entire satellite constellation, called the almanac, and other data such as satellite system time, clock correction parameters and ionospheric delay correction parameters.

When node A receives the GPS signal, the satellite receiver will parse the signal. The pseudo-range ρ_{iA} is acquired according to the ranging signal measurement, and since the form of the ranging signal of each satellite is unique, the satellite number information can be obtained. Meanwhile, the satellite receiver obtains the satellite system time and other information used to calculate the time offset from the navigation message, such as the coordinates of the satellite position resolved from the ephemeris data, thereby calculating the time offset by the following formula:

$$c \cdot \delta t_A = \rho_{iA} - \sqrt{(x_i - x_A)^2 + (y_i - y_A)^2 + (z_i - z_A)^2} + c\delta t_i - D_{iA}^{ion} - D_{iA}^{trop} - D_{iA}^{other}$$

where:

- c is the speed of light.
- ρ_{iA} is a pseudo-range (see clause I.3 in Appendix I), and the satellite receiver acquires it by processing a ranging signal.
- The node A coordinate position is (x_A, y_A, z_A) . This data is known after positioning in advance and the Kalman filtering process.
- The satellite coordinate position (x_i, y_i, z_i) is obtained by the ephemeris information in the navigation message.
- δt_i is the satellite clock difference. This value can be obtained from the satellite clock correction parameters in the navigation message.
- The ionospheric delay D_{iA}^{ion} and tropospheric delay D_{iA}^{trop} can be obtained from the ionospheric delay correction parameters in the satellite navigation message or related mathematical models. The GNSS receiver may have its own mathematical model for processing, or other methods applied to process D_{iA}^{ion} or D_{iA}^{trop} .
- D_{iA}^{other} refers to other delays, which can be corrected according to relevant mathematical models or other means.

Finally, the time offset between the local time of node A resolved from the signal of satellite i and the GNSS system time can be obtained from the GNSS receiver. Thus, for node A, three pieces of data which is necessary for satellite common-view detection are obtained: satellite system time, satellite number and time offset. Similarly, for node B, the corresponding three data can also be obtained.

Node A and node B resolve the satellite system time, satellite number and time offset (calculated once per second) and perform data processing (such as performing least squares linear fitting smoothing on 60 data per minute to eliminate observation noise). The above information is then sent to the common-view monitoring module once a minute through the terrestrial network. This module can exist independently out of node A and node B, or can be integrated in the node. After receiving the message information sent by the two nodes, the common-view monitoring module will analyse the satellite system time, satellite number and corresponding time offset information in the message, so that the time offset information of node A and node B under the same satellite system time and the same satellite number will be further processed (i.e., subtracted), to obtain the time offset value between the two nodes. Thus, the time offset and frequency offset between the two nodes can be monitored.

Appendix VII

The effect of multipath within the receiver signal processing

VII.1 Visible (LOS) satellite signals

Multipath signals accompany direct signals from visible satellites as shown in Figure VII.1. The peak timing position of the correlator output is almost the same as that for the direct signal, so time synchronization accuracy is barely affected.

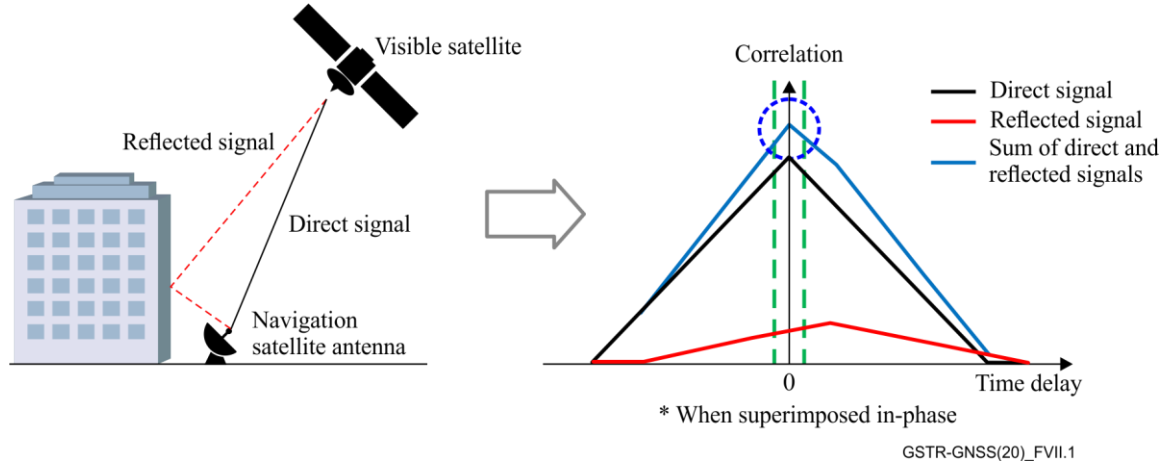


Figure VII.1-Effect of multipath signals of visible (LOS) satellites

In the LOS case there are signal processing techniques to isolate the direct signal from the reflected signal.

VII.2 Non-visible (NLOS) satellite signals

Multipath signals from non-visible (NLOS) satellites are without accompanying the direct signal as shown in Figure VII.2. The peak timing position of correlator output is different from that of the direct signal due to propagation delay, with a large effect on time synchronization accuracy.

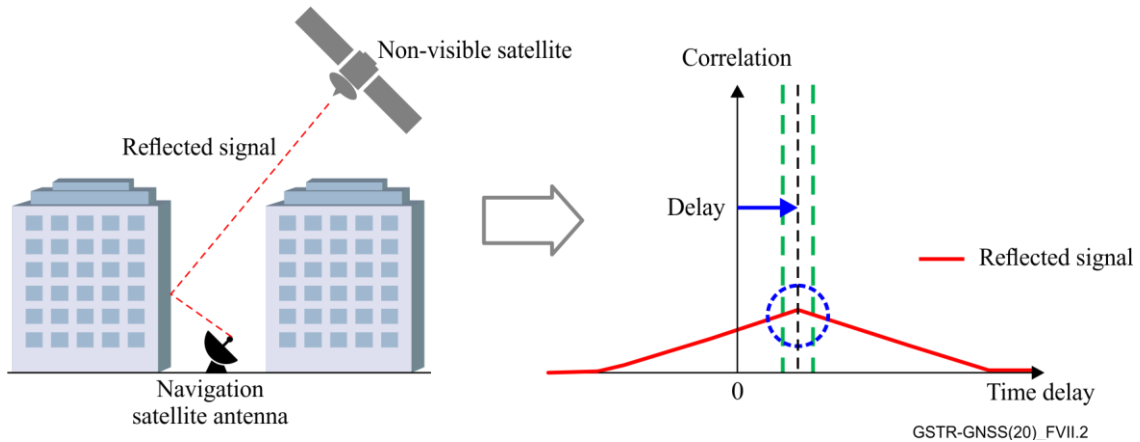


Figure VII.2-Effect of multipath signals of non-visible (NLOS) satellites

VII.3 PRTC time error measurement methods in multipath environments

Figures VII.3 and VII.4 show one way of testing time error performance in a non-ideal GNSS signal reception environment. Such conditions are predominantly in urban canyon areas where buildings limit open sky visibility and therefore, direct satellite signals are negatively affected by multipath signals generated by surrounding structures.

A 3D model of an urban environment may be built, and then a 3D ray-trace simulator used to calculate all the possible paths from a GNSS satellite to the reception point. The ray-tracing model determines where the direct signal is obscured, and where it is reflected or diffracted by buildings or other objects in the 3D structural model.

The ray tracing model is used as input to the GNSS simulator to enable it to generate both the direct and reflected or diffracted signals. The simulator needs to generate multiple signal replicas per satellite to reproduce the direct and multipath signals based on the calculated multipath profile. The process of generating multiple satellite signal replicas can be, for example, implemented with an array of signal transmitters or software-defined radio.

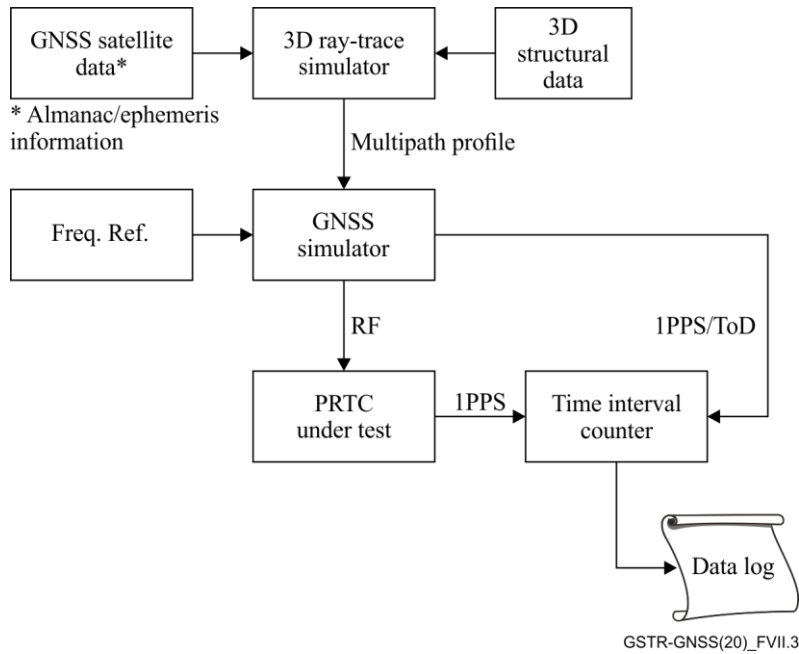


Figure VII.3-Comparing time accuracy of a PRTC against a GNSS simulator

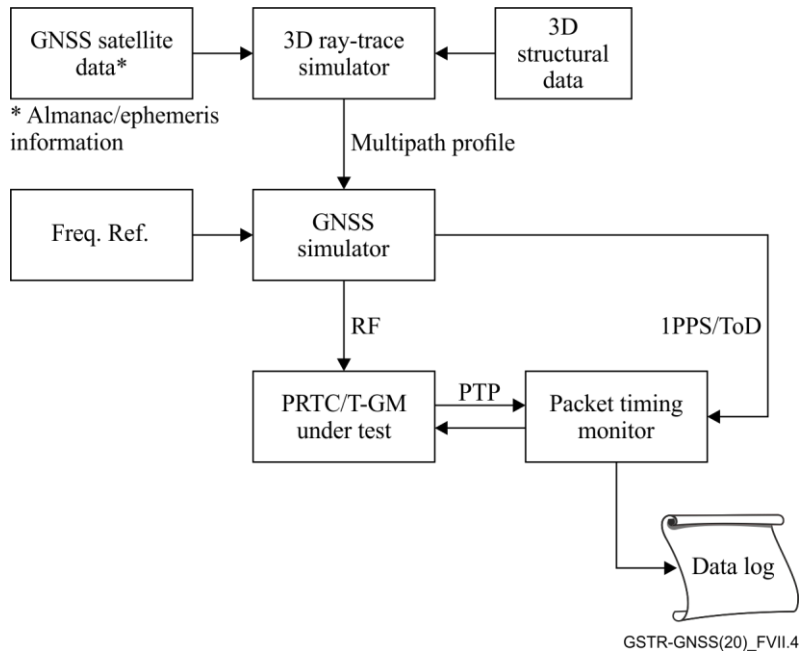


Figure VII.4-Comparing time accuracy of a PRTC and T-GM against a GNSS simulator

For testing PRTCs, the GNSS simulator needs to have a frequency reference of better stability than the PRTC itself. The 1PPS output of the simulator is phase locked to the incoming frequency reference and aligned to the 1s boundary of the RF signal before impairment by the multipath model. The accuracy of the RF to 1PPS alignment should be defined by the GNSS simulator manufacturer and the best practice would be to have the simulator periodically calibrated to keep uncertainties at a minimum. The ToD associated with the 1PPS from the GNSS simulator is not required to do the time error measurement. It is used to verify the PTP second.

参考文献

- [1] International Telecommunication Union (2010), *Handbook on Satellite Time and Frequency Transfer and Dissemination* <<http://www.itu.int/pub/R-HDB-55/en>>, ITU, ISBN: 9261133010.
- [2] ATIS-0900005 (2017), *GPS Vulnerability*, ATIS Technical Report.
- [3] Qifeng Xu.(2001), *Space geodesy*, People's Liberation Army Publishing House.
- [4] Jiyu Liu (2008), *Positioning principles and methods of GPS satellite navigation*, Science Press.
- [5] Mertikas S.P. (1985), *Error Distributions and Accuracy Measures in Navigation: An Overview*. M.Sc.E. thesis, Department of Surveying Engineering Technical Report No. 113, University of New Brunswick, Fredericton, New Brunswick, Canada.
- [6] Lewandowski W (1989). *Positioning of GPS Antennas in time-keeping laboratories of north American*, Proc. of the 43rd Annual symposium on frequency control, 218-224.
- [7] Ziqin Wei, Maorong Ge. (1998), *Mathematical Model of GPS Relative Positioning*, Surveying and Mapping Press, p. 56-57.
- [8] Cove K. (2005), *Improvements in GPS Tropospheric Delay Estimation with numerical weather prediction*. M.Sc.E. thesis, department of geodesy and geomatics engineering technical report No. 230, University of New Brunswick, Fredericton, New Brunswick, Canada, pp.98.
- [9] Status Update on the Quasi Zenith Satellite System (2019), *The 4th Japan-EU Satellite Positioning Public-Private Roundtable*, Mar. 14.
- [10] ITU-T Recommendations:
- [10a] Recommendation ITU-T G.8271/Y.1366 (2020), *Time and phase synchronization aspects of telecommunication networks*.
- [10b] Recommendation ITU-T G.8272/Y.1367 (2018), *Timing characteristics of primary reference time clocks*.
- [10c] Recommendation ITU-T G.8272.1/Y.1367.1 (2016), *Timing characteristics of enhanced primary reference time clocks*.
- [11] Interface Control Document (ICD) references:
 - [GPS] Navstar GPS Space Segment /Navigation User Interface (2019), IS-GPS-200K, May
 - [Galileo] European GNSS (Galileo) Open Service Signal-in-Space Interface Control Document (2016), Galileo-OS-SIS-ICD, December.
 - [GLONASS] Interface Control Document Navigational signals L1, L2, (2008), ICD-GLONASS-eng-v5.1.
 - [BeiDou] BeiDou Navigation Satellite System Signal In Space Interface Control Document Open Service Signal B1C (Version 1.0) (2017), BDS-SIS-ICD-B1C-1.0, December.
 - [QZSS] Quasi-Zenith Satellite System Interface Specification Satellite Positioning, Navigation and Timing Service (2018), IS-QZSS-PNT-003, November.
 - [IRNSS] Indian Regional Navigation Satellite System Signal in Space ICD for Standard Positioning Service (2017), IRNSS-SPS-ICD-1.1-2017, August.
 - [EGNOS] EGNOS Open Service (OS) Service Definition Document (2017), EGNOS-OS-SDD, October.